

C.E.E.D.

**MATEMÁTICAS APLICADAS A
LAS CIENCIAS HUMANAS Y
SOCIALES**

Libros4.crecen.jpg

**MATERIALES PARA
1º BACHILLERATO**

Luis Millán García

INTRODUCCIÓN

En el diseño curricular de las Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Humanas y Sociales podemos leer en referencia a la Resolución de Problemas:

“Al mismo tiempo que se resuelven los problemas que permiten plantear los conceptos y técnicas matemáticas que se proponen en los otros núcleos de contenidos, resulta útil reflexionar sobre los procedimientos y métodos empleados. La explicitación de las distintas fases que ha supuesto la resolución de un problema y la sistematización de las estrategias heurísticas empleadas con éxito, constituye una ayuda y una guía para actuar ante nuevas situaciones problemáticas y para revisar críticamente los problemas ya resueltos. En consecuencia, este núcleo tiene un carácter transversal y sus contenidos serán tenidos en cuenta exclusivamente en conexión con el desarrollo del resto de los contenidos.

Los contenidos de este núcleo son:

Fases en la resolución de problemas: formulación, elaboración de conjeturas, diseño y ejecución de la estrategia de actuación, interpretación de los posibles resultados.

Algunas estrategias de actuación: simplificación, analogía, articularización, generalización, inducción, razonamiento por reducción al absurdo, análisis de las posibilidades, etc.”

Libros4.ancianos.jpg

Nosotros no vamos a desarrollar un núcleo específico. Con este material, pretendemos que veas las matemáticas a través, fundamentalmente, de la resolución de problemas.

En ese mismo documento mencionado se hace referencia a los Objetivos Generales que se espera que consigas a lo largo de todo el Bachillerato:

1. Comprender la forma de organización de los conocimientos propia de las matemáticas: establecimiento de definiciones precisas, demostración de las propiedades relacionadas con los conceptos definidos y justificación de los procedimientos, técnicas y fórmulas que simplifican la resolución de problemas.
2. Aplicar adaptando los conocimientos matemáticos adquiridos a situaciones diversas que puedan presentarse en fenómenos y procesos propios de las ciencias humanas y sociales.
3. Utilizar y contrastar estrategias diversas para la resolución de problemas, de forma que les permita enfrentarse a situaciones nuevas con autonomía, eficacia y creatividad.
4. Utilizar los conocimientos matemáticos adquiridos para interpretar críticamente los mensajes, datos e informaciones que aparecen en los medios de comunicación y otros ámbitos sobre cuestiones económicas y sociales de la actualidad.
5. Elaborar juicios y formar criterios propios sobre fenómenos sociales y económicos mediante actitudes propias de la actividad matemática como son la visión crítica, la necesidad de verificación, la justificación de las afirmaciones, la valoración de la precisión, el gusto por el rigor, la necesidad de cuestionar las apreciaciones intuitivas. Y la apertura a nuevas ideas.
6. Establecer relaciones entre las matemáticas y el entorno social, cultural y económico, apreciando su lugar como parte de nuestra cultura.
7. Servirse de los medios tecnológicos que se encuentran a su disposición, haciendo un uso racional de ellos y descubriendo las enormes posibilidades que nos ofrecen.
8. Aprovechar los cauces de información facilitados por las nuevas tecnologías, seleccionando aquello que pueda ser más útil para resolver los problemas planteados.

9. Expresarse oral, escrita y gráficamente en situaciones susceptibles de ser tratadas matemáticamente, mediante la adquisición y el manejo de un vocabulario específico de notaciones y términos matemáticos.
10. Apreciar la utilidad y las limitaciones de los recursos mecánicos de cálculo, así como la necesidad de someter a revisión crítica los resultados obtenidos por tales procedimientos.
11. Utilizar el discurso racional para plantear acertadamente los problemas, justificar procedimientos, adquirir cierto rigor en el pensamiento científico, encadenar coherentemente los argumentos y detectar incorrecciones lógicas.

Libros4.Tema4.4_9_1b.jpg

Todos los objetivos anteriores forman parte de la declaración de intenciones que supone este material–libro que tienes en tus manos. Es un libro autosuficiente; es decir, pretende que si, por cualquier motivo, no puedes asistir a clase puedas seguir el curso con relativa facilidad. Para ello, el libro está constituido por **tres núcleos**:

1. **ÁLGEBRA**
2. **ANÁLISIS**
3. **ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD**

Cada uno de ellos se corresponde con la correspondiente evaluación. A su vez, cada uno de los temas coincide con las diferentes quincenas.

El esquema de cada tema es semejante; se comienza, normalmente, con actividades de iniciación (siempre resueltas) que pretenden acercarte a los contenidos del tema. Se van desarrollando los diferentes apartados acompañados con actividades resueltas y se proponen actividades para que tú practiques lo que hayas aprendido. Al final de cada núcleo hay un bloque de actividades que bien a ser como un resumen del núcleo. Si estas actividades sabes resolverlas por tu cuenta, tendrás gran parte del camino recorrido.

Pero, ¿qué pasa si no sabes resolverlas? No te preocupes, ya que este material contiene un anexo en el que **están resueltas todas las actividades propuestas**, tanto las de cada tema como las del núcleo.

Y ya nada más, sólo pretendo que con este material–libro, tu aprendizaje de las matemáticas aplicadas a las Ciencias sociales sea más sencillo y a la vez más ameno.

Un saludo.

PRÓLOGO: LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN MATEMÁTICAS

1 ¿QUÉ ES UN PROBLEMA MATEMÁTICO?

“Un problema es una situación, cuantitativa o de otra clase, a la que se enfrenta un individuo o grupo que requiere solución y para la cual no se vislumbra un medio o camino aparente y obvio que conduzca a la misma”.

Eso4.Función.Portada.jpg

1.1 Características más importantes de un problema

- En general, la resolución requiere un cierto tiempo.
- A simple vista resulta difícil entenderlo y no se suele saber el plan de ataque, requiere un tiempo de familiarización.
- Su objetivo central no es aplicar una regla o receta, sino elaborar un camino.
- En general, son cuestiones más abiertas y menos definidas que los ejercicios.
- Su resolución exige una inversión importante de paciencia, perseverancia, creatividad, talento, etc. Suelen ser situaciones en un determinado contexto.

1.2 Un problema resuelto

“El perímetro de un triángulo equilátero vale 30 cm. ¿Cuánto vale cada lado? ¿Cuál es su área?”

Deberás preguntarte:

- **¿Sé lo qué es perímetro? ¿Y un triángulo equilátero?**
- **¿Qué datos me dan?**

El triángulo es equilátero

Su perímetro vale 30 cm

- **¿Qué me piden?**

El lado y el área

- **¿Tengo suficientes datos?**

Ya veremos

1.3 El proceso de resolución (¿cómo resolver un problema?)

Etapas básicas en la resolución de problemas

La resolución de un problema es un proceso que lleva tiempo y que sigue una cierta cadencia. Las etapas esenciales de esta cadencia son:

- Fase introductoria (Comprender el problema)
- Fase exploratoria (Hacerse un plan)
- Fase de resolución propiamente dicha (Llevar a cabo el plan)
- Vuelta atrás

La fase introductoria: Familiarízate con el problema.

La fase introductoria es la de entrar en el problema y comprenderlo.

Si un enunciado te resulta confuso, enmarañado, oscuro...emplea un rato en entenderlo. No será tiempo desperdiciado. Debes estar seguro/a de que entiendes bien todos los términos del problema: cada frase, cada dato, las condiciones del enunciado, lo que te piden. Luego trata de explicarte a ti mismo o a otra persona de qué va el problema.

La fase exploratoria: Busca varias estrategias posibles.

La fase exploratoria es aquella en la que se emplean la mayoría de las "**técnicas de pensamiento**" y en la que las decisiones son de gran importancia.

La fase exploratoria suele sugerir un plan (que puede o no llevar a la resolución), cuyo desarrollo es la fase de resolución propiamente dicha.

Las estrategias que puedes llevar a cabo en las fase exploratoria y en la fase de resolución propiamente dicha son prácticamente las mismas.

La fase de resolución.

No es posible adquirir un razonable dominio de todas las estrategias en un corto período. Tampoco debes trabajar siguiendo la primera idea que te surja. Piensa en otras posibilidades y anótalas. Es conveniente que tengas presentes unos cuantos modos posibles de proceder. Algunas de las estrategias que podrías asumir son las siguientes:

Comparación

¿Tiene el mismo aire que otros que hayas resuelto?

Hacer una figura o un diagrama

Aun cuando finalmente se resuelva el problema por medios algebraicos o de cualquier otro tipo, una figura o un diagrama pueden ayudar a comprender mejor de qué se trata.

Hacer una tabla

Si puedes, lleva los datos a una tabla de forma ordenada y busca algún tipo de regla (algebraica, verbal, etc.) a ver si puedes sacar conclusiones de ella.

Particularizar

Para comprender mejor un problema que no resulte familiar, puede ser útil ejemplificar el problema considerando varios casos especiales. Estos casos especiales pueden sugerir el camino a seguir o pueden favorecer alguna conjetura.

Resolver antes un problema similar más sencillo

Cuando no se sepa resolver el problema original, puede dar buen resultado intentar resolver antes uno más fácil y análogo (con menos variables, con números más pequeños, con figuras del mismo carácter, pero más simples).

Analizar las posibilidades

En los problemas en los que haya que tener en cuenta el número de casos posibles, o en los que se necesite clasificar una colección de objetos o de posibilidades, es conveniente buscar métodos fiables para no contar ni de más ni de menos.

Dividir un problema en partes

Si no se sabe resolver el problema dado, puede ocurrir que haya partes del problema que sí se sepan resolver. Una vez resueltas puede que se encuentre un procedimiento para ensamblarlas y construir con ellas la solución del problema original.

Buscar regularidades

Cuando se comienza a resolver un problema matemático, sus elementos y sus resultados son como moléculas dispersas. Sin embargo, bajo ese desorden aparente suelen ocultarse una regularidad, unas leyes, unos patrones que constituyen la estructura profunda de su organización. La búsqueda de regularidades, patrones o leyes generales, es una luz para la comprensión de muchos problemas y un camino hacia su solución.

Definir incógnitas

Puedes, en multitud de problemas -no solo en los de Álgebra-, definir las incógnitas (utiliza la letra por la que comience lo que no sabes, no utilices sistemáticamente la “x”, la “y”,...) relacionadas con los datos que te da el problema y así tratar de calcularlas.

Y ahora, ¡Escoge una estrategia y llévala adelante!

Enfráscate en el problema y dale las vueltas que creas necesarias. Si las cosas se ponen demasiado complicadas, piensa en otros posibles caminos. En algunas ocasiones tendrás que aplicar varias estrategias.

Comprueba la solución

Analiza tus resultados ¿te parecen razonables?. Comprueba la solución.

Reflexiona sobre la forma en la que has resuelto el problema

Si dedicas algo de tiempo a examinar tu forma de pensar al tratar de resolver un problema, aprenderás mucho. En adelante, cometerás menos errores, te colocarás rápidamente ante mejores caminos y serás más productivo/a. Procede así y escribe:

- ¿Qué ideas te han surgido a la hora de resolver el problema?
- ¿Puedes describir el razonamiento que has seguido?
- ¿Encontraste un camino equivocado y no rectificaste?
 - ¿Tal vez desconocías estrategias?
 - ¿Dominas con soltura y seguridad las herramientas matemáticas?
- ¿Te equivocaste, aunque el camino era correcto?

Las ideas que pusiste en marcha en este problema te pueden resultar muy útiles para resolver otros nuevos, por eso es muy importante que reflexiones sobre ello.

2 ALGUNOS PROBLEMAS RESUELTOS

2.1 Números o Álgebra

Le sumo 20 unidades a un número y me da lo mismo que si lo multiplico por 3. ¿De qué número se trata?

Conocimientos previos

Resolución de ecuaciones de grado 1.

Estrategia 1: Mediante "Ensayo y error"

Estrategia 2: Mediante una ecuación

Si llamamos x: número desconocido, tendremos esta ecuación:

$$20 + x = 3 \cdot x \Rightarrow 20 = 2x \Rightarrow x = 10$$

2.2 Números

¿Cuánto has de pagar por unos pantalones que marcaban 79'50, pero que tienen un descuento del 15%, si sólo puedes efectuar una operación?

Conocimientos previos

Hemos de tener muy claro que aplicar un descuento del 15 %, significa pagar el 85 %; es decir, hemos de multiplicar la cantidad por 0'85.

Estrategia

$$\text{Precio final} = \text{Precio inicial} \cdot 0'85 \Rightarrow \text{Precio final} = 79'50 \cdot 0'85 = 67'575 \cong 67'58 \text{ €}.$$

2.3 Geometría y Álgebra

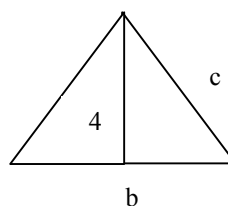
La superficie de un triángulo isósceles de altura 4 cm. es 12 cm^2 .

a) Halla su base

b) ¿Cuánto miden los otros dos lados si la suma de sus longitudes es 4 cm. más que su base?

Conocimientos previos

- Idea de triángulo isósceles.
- Áreas de triángulos.
- Resolución de ecuaciones.



Estrategia: Mediante ecuaciones

$$\text{a) } 12 = \frac{\text{base} \cdot 4}{2} \Rightarrow 24 = 4 \cdot \text{base} \Rightarrow \text{base} = 6 \text{ cm}.$$

$$\text{b) } 2 \cdot c = 4 + b \Rightarrow 2c = 4 + 6 = 10 \Rightarrow c = 5 \text{ cm}.$$

2.4 De todo un poco

Un hotel tiene habitaciones dobles y sencillas. Tiene un total de 50 habitaciones y 87 camas. ¿Cuántas habitaciones sencillas tiene el hotel?

Conocimientos previos

Resolución de ecuaciones de grado 1 y de sistemas de ecuaciones lineales.

Estrategia de resolución 1

Mediante “Ensayo y error”

Nº de habitaciones dobles	Nº de habitaciones sencillas	Nº total de habitaciones	Nº de camas
50	0	50	100
40	10	50	90
35	15	50	85
36	14	50	86
37	13	50	87

La solución sería: 37 habitaciones dobles y 13 sencillas.

Estrategia 2

Mediante un proceso lógico:

Si todas las habitaciones fueran sencillas, habría 50 camas; como hay en total 87 camas, las 37 que sobran deben corresponder a las habitaciones dobles.

Por tanto, la solución es: 37 habitaciones dobles y 13 sencillas

Estrategia 3

Mediante una ecuación

- Nº de habitaciones dobles: x Nº de habitaciones sencillas: $50 - x$
- La ecuación sería: $2x + (50 - x) = 87 \Rightarrow x + 50 = 87 \Rightarrow x = 37, 50 - x = 13$
- La solución sería: 37 habitaciones dobles y 13 sencillas.

Estrategia 4

Mediante un sistema de ecuaciones

- Nº de habitaciones dobles: x Nº de habitaciones sencillas: y
- El sistema:
$$\begin{cases} x + y = 50 \\ 2x + y = 87 \end{cases} \Rightarrow x = 37 \Rightarrow y = 50 - 13 = 37$$
- La solución sería: 37 habitaciones dobles y 13 sencillas.

