ECUACIONES Y SISTEMAS

Una ecuación es cualquier igualdad entre dos expresiones algebraicas, de manera que sólo se verifica para algunos valores de las incógnitas.
• ej: $x+5=7$, es una ecuación ya que se verifica si $x=2$.
$x+3-1=x+2$, es una identidad ya que se verifica para cualquier valor que demos a x.

Las ecuaciones se clasifican según su grado y el número de incógnitas.
• ej: $-2x^5-3x+6=15x$, es de 5º grado y con una incógnita
$-5x^9-10x^{12}+21y^2$, es de 12º grado y con dos incógnitas

Solución de una ecuación es aquel valor de la incógnita que hace que se cumpla la ecuación.
• ej: en la ecuación $2x+1=7$ → $x=2$ no es solución ya que $2\cdot2+1=5\neq7$
$x=3$ sí es solución ya que $2\cdot3+1=7$

1. ¿Es x=5 solución de alguna de estas ecuaciones?

a) $7x+1=34$ b) $x^4-400=325$ c) $x^2-6x+5=0$ d) $1^x=5$ e) $x^2+7=4x+12$
f) $2^x=32$ g) $10x+25=x^3$ h) $\sqrt[3]{125}=2x-5$ i) $3(x^2+1)=78$

2. Indica cuáles de las ecuaciones anteriores son polinómicas y cuál es su grado.

Para resolver ecuaciones tendremos en cuenta las siguientes propiedades:

Si sumamos o restamos la misma expresión en los dos miembros de una ecuación, ésta no varía.
• ej: en la ecuación $x+4=7$ si resto 4 en ambos miembros → $x=7-4=3$

Si multiplicamos o dividimos los dos miembros de una ecuación por un mismo número, diferente de cero, la ecuación no varía.
• ej: en la ecuación $3x=6$ si divido entre 3 ambos miembros → $x=6/3=2$
• ej: en la ecuación $5x-6=4$ vamos a aislar la incógnita x
primero nos desharemos del -6 → sumamos 6 → $5x=4+6=10$ → $5x=10$
sólo falta deshacernos del 5 → dividimos entre 5 → $x=10/5=2$ → $x=2$

3. Paso a paso, resuelve las siguientes cuestiones:

- Si $x+5=8$ → $x=$
- Si $x-8=2$ → $x=$
- Si $3x=24$ → $x=$
- Si $-5x=100$ → $x=$
- Si $2x-7=13$ → $2x=$ → $x=$
- $-4x+6=0$ → $-4x=$ → $x=$
- $\frac{x}{6}-1=-2$ → $\frac{x}{6}=$ → $x=$
- $\frac{-2x+3}{5}-7=-4$ → $\frac{-2x+3}{5}=$ → $-2x+3=$ → $-2x=$ → $x=$
- Si $a+b=51$ → $2\cdot(a+b)=$ → $2\cdot(a+b)+3=$
- Si $x+y=8$ → $x+y+z=$

4. Resuelve las siguientes cuestiones:

- En la relación $y=\frac{2x+6}{3}$ encuentra el valor de y cuando x vale 2, -1 y ¼
- Aísla en la expresión anterior la variable x en términos de y
- Calcula x cuando y=1'5 y cuando y=–3

5. Resuelve mentalmente:

a) $\frac{3x-5}{4}=1$ b) $\frac{1}{x}+\frac{1}{x}+\frac{1}{x}=3$ c) $(x-1)^3=8$ d) $3^{x-5}=9$ e) $\sqrt{2x-1}=3$

ECUACIONES DE PRIMER GRADO

Son aquellas que, una vez simplificadas y ordenadas, tienen la forma ax+b=0 (ecuación lineal)
Todas ellas tienen una única solución → ax= -b → x= -b/a
Representadas gráficamente son rectas.

6. Obtén las soluciones de las siguientes ecuaciones de primer grado:

a) $\frac{x}{5}+\frac{x}{5}+5=4$ b) $x-3-\frac{x}{2}-\frac{x}{3}=5$ c) $x-\left(\frac{x}{5}+\frac{x}{5}+5\right)=4$

d) $\frac{2x+5}{4}-\frac{3+x}{2}=7$ e) $x+\left(\frac{x}{5}+5\right)=4$ f) $3x-\frac{1}{2}=x+\frac{7}{2}$

g) $\frac{x+2}{5}-\frac{3x-12}{15}=2-x$ h) $\frac{-x}{2}-\frac{x+1}{3}=1$ i) $\frac{x-1}{2}=\frac{x+2}{3}$

7. ¿Cuáles son las soluciones de las ecuaciones siguientes?:

a) $\frac{x}{15}+x=\frac{2x}{5}+10$ b) $\frac{x}{2}+\frac{x}{4}+\frac{x}{8}=\frac{3x}{4}+\frac{1}{4}$ c) $\frac{3-x}{5}-1=\frac{4-3x}{10}$

d) $x-\frac{x+2}{3}=6$ e) $\frac{3-x}{5}-1=\frac{-4-3x}{10}$ f) $\frac{x}{3}-\frac{x-1}{2}=\frac{x-13}{9}$

g) $\frac{(2x-4)^2}{8}=\frac{x(x+1)}{2}+5$ h) $\frac{3(x-4)}{4}-x=x-3$ i) $\frac{(x-1)(x+1)}{3}=\frac{2(x^2+1)}{6}-x$

j) $5-\frac{6x-4}{5}=x-3$ k) $x+\frac{2x-3}{9}+\frac{x-1}{3}=\frac{12x+4}{9}$

8. Dentro de dos años la edad de Pedro será 8 años menos que el doble de la que tiene ahora. ¿Cuántos años tiene Pedro?

9. Busca dos números naturales consecutivos, sabiendo que la suma de la mitad del primero y la tercera parte del segundo es 7.

10. Resuelve las siguientes ecuaciones y comprueba sus resultados:

a) 12x-8=34+5x
b) 4(2-x)-(4-x)=7(2x+3)
c) 2[x+3(x+1)]=5x
d) 5(x-2)-2(x-5)=2x-(12+3x)

11. Obtén los resultados de las siguientes ecuaciones de primer grado:

a) (x+1)(x-1)-3(x+2)=x(x+2) b) $(2x+3)^2-(2x-3)^2=x(x+3)-(x^2+1)$

c) $\frac{5+x}{4}-\frac{5-x}{5}=\frac{1+x}{4}-1$ d) $(5x-1)^2=-10x+25x^2$

e) $\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{1}{3}\right)-x\left(x+\frac{1}{6}\right)=\frac{1}{3}(x-2)$ f) $\frac{x+7}{2}-\frac{7-x}{6}=\frac{x-7}{12}+7$

g) (x+1)(x-1)-3(x+2)=x(x+2)–7

12. Si restamos 12 a un número, se reduce a la tercera parte. ¿Cuál es este número?

13. La suma de tres números naturales consecutivos es igual al cuádruplo del menor. ¿De qué números se trata?

14. Por un videojuego, un cómic y un helado, Antonio ha pagado 14'30 €. El videojuego es cinco veces más caro que el cómic, y éste cuesta el doble que el helado. ¿Cuál era el precio de cada artículo?

15. Con 12 € que tengo, podría ir dos días a la piscina, un día al cine y todavía me sobrarían 4'5 €. La entrada de la piscina cuesta 1'5 € menos que la del cine. ¿Cuánto cuesta la entrada al cine?

16. La suma de las edades de los cuatro miembros de una familia es 104 años. El padre tiene 6 años más que la madre, que tuvo gemelos a los 27 años. ¿Qué edad tiene cada uno?

17. Dos albañiles trabajan asociados y reciben 1400 € como pago de un trabajo. ¿Cuánto cobrará cada uno, si el primero trabajó las dos quintas partes que el otro?

18. La nota media de tres evaluaciones de Carmen en el área de Matemáticas se obtiene sumando las tres notas obtenidas y dividiéndolas entre 3. Si ha sacado un 5 y un 7 en las dos primeras, ¿qué nota ha de sacar en la tercera para lograr una media de 6'5?

ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

Son aquellas que, una vez simplificadas y ordenadas tienen la forma $ax^2+bx+c=0$ (ecuación cuadrática) Representadas gráficamente son parábolas.

I.- Si c=0 → $ax^2+bx=0$

Extraemos x factor común: $x(ax+b)=0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ ax+b=0 \rightarrow x=-b/a \end{cases}$ son las dos soluciones

Todas las ecuaciones incompletas de este tipo tienen dos soluciones, una de las cuales es x=0

- ej: $4x^2+12x=0 \rightarrow x(4x+12)=0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \\ 4x+12=0 \rightarrow x=-12/4=-3 \end{cases}$ → soluciones x=0 y x= −3

19. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado sin aplicar la fórmula general:

a) $x^2 + 10x = 0$ b) $5x^2 - 3x = 0$ c) $4x^2 + 28x = 0$ d) $3x^2 - 10x = 0$

¿Cuál es siempre una solución de este tipo de ecuaciones?

II.- Si b=0 → $ax^2+c=0$

Despejamos x → $ax^2=-c \rightarrow x^2=-c/a \rightarrow x=\pm\sqrt{-c/a}$ por lo tanto tendrá dos soluciones, únicamente si los coeficientes a y c tienen signos diferentes.

- ej: $3x^2-12=0 \rightarrow 3x^2=12 \rightarrow x^2=12/3=4 \rightarrow x=\pm\sqrt{4}=\begin{cases} +2 \\ -2 \end{cases}$ → soluciones x= +2 y x= −2

20. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado sin aplicar la fórmula general:

a) $x^2 - 9 = 0$ b) $3x^2 - 48 = 0$ c) $2x^2 - 50 = 0$ d) $5x^2 + 20 = 0$

¿Cuándo tienen solución este tipo de ecuaciones?

21. Obtén las soluciones de las siguientes ecuaciones de segundo grado incompletas:

a) $5x^2-5=0$ b) $5x^2+5=0$ c) $7x^2+5=18$ d) $3(x^2+5)=x^2+40$
e) $2x^2-6x=0$ f) $5x^2+7x=0$ g) $3x^2-2(x+5)=(x+3)^2-19$ h) $7x^2-21x=0$
i) $x=4x^2$ j) $100x^2-16=0$ k) $\frac{2}{5}x^2=-4x$ l) $50+2x^2=0$

22. En las siguientes ecuaciones, ten en cuenta que son un producto de factores = 0

a) $(x-1)(x+2)=0$ b) $(2x+6).x=0$ c) $(3x+5)(7x-3)=0$
d) $(x - 3/4)(4x+6)=0$

III.- Si la ecuación está completa → $ax^2+bx+c=0$ → aplicaremos la relación: $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

- ej: $3x^2-5x-2=0$ →

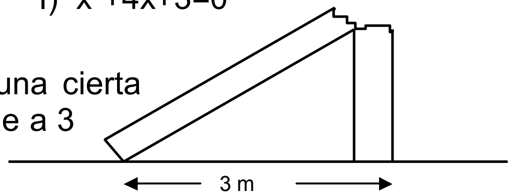
a=3, b= −5 y c= −2 → $x=\frac{5\pm\sqrt{(-5)^2-4\cdot3\cdot(-2)}}{2\cdot3}=\frac{5\pm\sqrt{25+24}}{6}=\frac{5\pm7}{6}\begin{cases} 12/6=2 \\ -2/6=-1/3 \end{cases}$

soluciones: x=2 y x= −1/3

23. Calcula las soluciones de las siguientes ecuaciones de segundo grado:

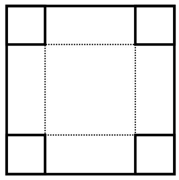
a) $x^2 - 13x + 36 = 0$ b) $8x^2 - 63x - 8 = 0$ c) $2x^2 - 12x + 18 = 0$
d) $4x^2 + 20x + 25 = 0$ e) $x^2 - 3x + 5 = 0$ f) $3x^2 - 3x + 12 = 0$
g) $x^2-6x+5=0$ h) $4x^2-4x+1=0$ i) $x^2-x+1=0$

j) $4x^2-9=0$ k) $5x^2+7x=0$ l) $x^2+4x+3=0$



24. Un palo de la luz de 7 m de altura se rompe a una cierta altura del suelo y, al doblarse, la punta libre del trozo cae a 3 m de la base del palo.

¿A qué altura se rompió?.



25. En cada una de las esquinas de una plancha de cartón de forma cuadrada se recorta un cuadrado de 5 cm de lado y, entonces, doblando y pegando se forma una caja de 1280 cm^3. Calcula la longitud del lado de la plancha de cartón inicial.

26. Para vallar una finca rectangular de 750 m^2 se han utilizado 110 m de valla. Calcula las dimensiones de la finca.

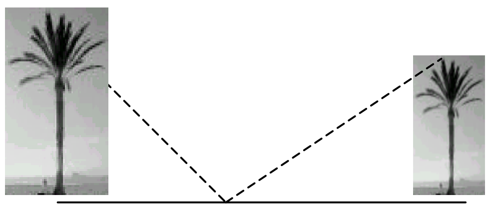
27. Una pirámide cuadrangular tiene una altura de 30 m y se han necesitado 2.000 m^3 de piedra para construirla. Obtén el lado de la base de la pirámide.

28. Dentro de 11 años la edad de Verónica será la mitad del cuadrado de la edad que tenía hace 13 años. ¿Cuántos años tiene ahora Verónica?

29. Calcula las dimensiones de un rectángulo donde la base mide 2 cm menos que la altura y la diagonal mide 10 cm.

30. El producto de un número natural por el siguiente es 31 unidades mayor que el quíntuplo de la suma de ambos. ¿Cuál es ese número?

31. Al aumentar 5m el lado de un cuadrado, la superficie aumenta 75 m^2. Calcula el lado del cuadrado inicial.



32. En las dos orillas de un río hay dos palmeras. La más alta mide 30 codos, la otra 20 codos y la distancia entre las dos es de 50 codos. En la copa de cada una de ellas hay un pájaro. Al descubrir un pez en la superficie del río, ambos se lanzan y llegan al pez al mismo tiempo. ¿A qué distancia del tronco de la palmera más alta ha aparecido el pez?

33. Resuelve, por tanteo razonado, las siguientes ecuaciones, dando una aproximación hasta las centésimas.

a) $2^{x-1}=16$ b) $3^{x+2}=\frac{1}{9}$ c) $\sqrt{x+5}=9$ d) $x^3=232$ e) $2^x=276$ f) $x+\sqrt{x}=7$

g) $5^x=0'32$ h) $x^{0'75}=17$ i) $x^4-3x=5$

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Están formados por diferentes ecuaciones con diversas incógnitas, pero de primer grado; las cuales pueden tener, o no, soluciones comunes.

Nos centraremos en los sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$

Las soluciones de un sistema de ecuaciones son aquellos valores de las incógnitas que hacen que se cumplan todas ellas. Así pues, tendremos que sustituir los valores de las incógnitas en las ecuaciones y comprobar si se obtienen los valores esperados.

• ej: dado el sistema de ecuaciones lineales $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+y=6 \end{cases} \rightarrow$

comprobar si x=3 e y=2 es solución $\rightarrow$ sustituimos $\rightarrow$ 3+2=5 se cumple la primera ecuación
$2\cdot3+2=8\neq6 \rightarrow$ no se cumple la segunda ecuación
Por tanto el punto (3,2) no es solución del sistema.

comprobar si x=1 e y=4 es solución $\rightarrow$ sustituimos $\rightarrow$ 1+4=5 se cumple la primera ecuación
$2\cdot1+4=6 \rightarrow$ se cumple la segunda ecuación
Por tanto el punto (1,4) es solución del sistema.

34. Comprueba si alguno de los puntos A(1,-3), B(1,-4), C(-4,1), son soluciones del sistema de ecuaciones $\begin{cases} 3x-y=7 \\ -5x+y=-9 \end{cases}$

❑ <u>MÉTODO GRÁFICO DE RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES</u>

Gráficamente, como cada ecuación lineal representa una recta en el plano, la solución de un sistema son aquellos puntos que tienen en común las dos ecuaciones, por tanto los puntos que tienen en común las dos rectas.

• ej: resolver gráficamente $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+y=6 \end{cases} \rightarrow$

Hacemos una tabla de valores para cada una de las rectas que representan el sistema de ecuaciones:

r: x+y=5

si hacemos x=0 $\rightarrow$ y=5
si hacemos y=0 $\rightarrow$ x=5
r pasa por los puntos (0,5) y (5,0)

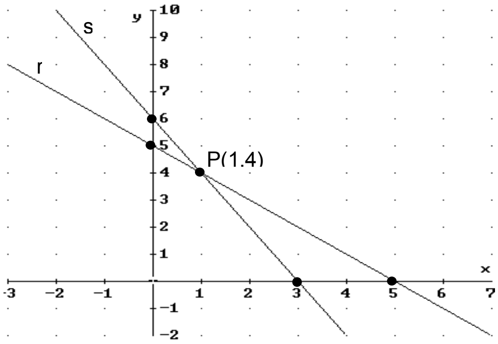
x	y
0	5
5	0

s: 2x+y=6

si hacemos x=0 $\rightarrow$ y=6
si hacemos y=0 $\rightarrow$ x=3
s pasa por los puntos (0,6) y (3,0)

x	y
0	6
3	0

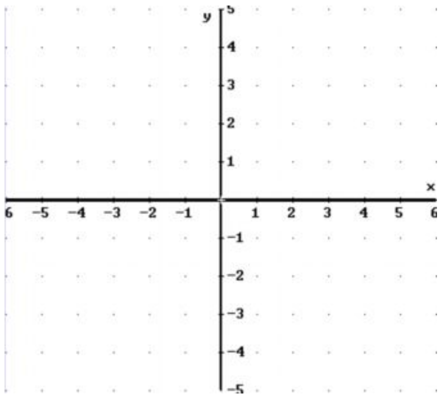
Si dibujo esos puntos sobre el plano y los uno mediante las rectas correspondientes, obtengo un punto donde se cortan ambas rectas, es la solución del sistema de ecuaciones, el punto P(1,4), x=1 e y=4.



35. Haz una tabla de valores de cada ecuación, represéntalas gráficamente y deduce la solución del sistema $\begin{cases} 3x - y = 5 \\ x - 2y = -5 \end{cases}$ r: 3x–y=5 s: x–2y=–5

x	y

x	y



36. Resuelve gráficamente los sistemas de ecuaciones siguientes:

a) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ -x + y = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = 7 \\ x - y = 5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + y = 5 \\ x + y = 0 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 3x - 5y = 0 \\ x + 2y = 0 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x + 5y = 7 \\ 3x + 5y = 11 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 5x + y = 8 \\ 3x - y = 8 \end{cases}$

37. Tenemos 76 céntimos de euro en veinte monedas de dos y de cinco céntimos. Calcula, planteando el sistema de ecuaciones lineal adecuado y resolviéndolo gráficamente, el número de monedas de cada tipo que tenemos.

38. Clasifica los siguientes sistemas, según el tipo de solución que tengan:

a) $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + y = 3 \\ x + y = 5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 2y = 6 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$

<u>Tipos de Soluciones de un Sistema de Ecuaciones:</u>
I.- Sistema Compatible Determinado → solución única: un punto del plano → rectas secantes
II.- Sistema Compatible Indeterminado → infinitas soluciones → rectas coincidentes
III.- Sistema Incompatible → no tiene soluciones → rectas paralelas

39. Completa los sistemas siguientes para que el primero tenga la solución x=5 e y=0, el segundo sea incompatible, y los dos últimos compatibles indeterminados.

a) $\begin{cases} x - 4y = ... \\ 2x ..... = 13 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ ..... + 2y = ... \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ 4x ..... = ... \end{cases}$ d) $\begin{cases} 5x + 11y = ... \\ ..... + 33y = 9 \end{cases}$

- <u>MÉTODOS ALGEBRAICOS DE RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES</u>

I.- <u>SUSTITUCIÓN</u>: consiste en despejar cualquier incógnita de cualquiera de las ecuaciones, sustituyendo posteriormente su valor en la otra ecuación, obteniéndose una única ecuación con una única incógnita.

• ej: resolver el sistema $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + y = 6 \end{cases}$ → despejamos la x de la primera ecuación → x=5–y

sustituimos en la segunda ecuación → 2(5–y)+y=6
deshacemos el paréntesis → 10–2y+y=6 agrupamos términos → -y = –4 → y = 4
sustituimos en la primera ecuación → x=5–4 =1
solución: x=1 e y=4 → (1,4)

II.- <u>IGUALACIÓN</u>: consiste en despejar cualquier incógnita de ambas ecuaciones, igualando posteriormente los resultados obtenidos, quedando una única ecuación con una única incógnita.

• ej: resolver el sistema $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+y=6 \end{cases}$ → despejamos la y de la primera ecuación → y=5–x

despejamos la y de la segunda ecuación → y=6–2x
igualamos los resultados → 5–x=6–2x → x=1
sustituimos en cualquiera de las ecuaciones anteriores → y=5–1=4
solución: x=1 e y=4 → (1,4)

III.- <u>REDUCCIÓN</u>: consiste en multiplicar convenientemente ambas ecuaciones, de manera que al sumarlas se elimine una de las incógnitas, obteniéndose así la otra incógnita.

• ej: resolver el sistema $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x+y=6 \end{cases}$ →

queremos eliminar x → multiplicamos por (–2) la primera ecuación $\begin{cases} -2x-2y=-10 \\ 2x+y=6 \end{cases}$

sumando ambas ecuaciones → -y= -4 → y=4

queremos eliminar y → multiplicamos por (–1) la primera ecuación $\begin{cases} -x-y=-5 \\ 2x+y=6 \end{cases}$

sumando las ecuaciones → x=1
solución: x=1 e y=4 → (1,4)

40. Resuelve los sistemas de ecuaciones lineales por los tres métodos algebraicos:

a) $\begin{cases} 5x-3y=7 \\ x+4y=6 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x+y=15 \\ 3x+3y=45 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x+y=15 \\ 3x+3y=10 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x+5y=7 \\ 3x-5y=11 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 5x+y=8 \\ 3x-y=11 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 3x+10y=6 \\ x+2y=1 \end{cases}$ g) $\begin{cases} 5x-3y=50 \\ 4x+y=23 \end{cases}$ h) $\begin{cases} 5x+2y=25 \\ 11x-5y=102 \end{cases}$

41. Resuelve por diferentes métodos los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

a) $\begin{cases} x+3y=4 \\ 2x-y=1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 6x+5y=23 \\ -4x+y=-11 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 3x-y=17 \\ 2x+y=8 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x-2y=-5 \\ 3x+y=6 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 3x-2y=6 \\ 9x+4y=108 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 3x-4y=-6 \\ 2x+4y=16 \end{cases}$ g) $\begin{cases} 2x-y=5 \\ -4x+2y=-10 \end{cases}$ h) $\begin{cases} 3x+y=7 \\ 14x+4y=20 \end{cases}$

42. En una parte de Suecia, al principio de enero, la noche es 12 horas más larga que el día. ¿Qué duración tienen el día y la noche en esa época del año?

43. En el monedero tengo cuarenta céntimos de euro repartidos en monedas de uno y de cinco céntimos. Si en total tengo 12 monedas, ¿cuántas tengo de cada clase?

44. En un hostal hay 50 habitaciones, unas dobles (2 camas) y otras sencillas (1 cama). En total se sabe que hay 70 camas. ¿Cuántas habitaciones hay de cada clase?

45. Encuentra las dimensiones de una habitación rectangular, sabiendo que es el doble de larga que de ancha y que su perímetro es de 18 metros.

46. Una agencia de viajes hace una oferta de vuelos a Baleares por 120 € y a Canarias por 150 €. En una mañana ha vendido 15 billetes y ha obtenido 2040 € por su venta. ¿Cuántos vuelos se vendieron para cada destino?

47. Antonio sale a las nueve de la mañana de Sevilla hacia Madrid (unos 500 km) en su coche a una velocidad media de 100 km/h. A esa misma hora salió Juan de Córdoba (que está a unos 100 km de Sevilla) también en dirección hacia Madrid, en autobús y a una velocidad media de 80 km/h. ¿Cuántos kilómetros les quedan para llegar a Madrid cuando se encuentran? ¿A qué hora se encuentran Antonio y Juan?

48. El señor García decidió hacer bizcochos y pasteles para venderlos a una pastelería. Para cada bizcocho necesita dos tazas de harina y una de azúcar. Para cada pastel de chocolate necesita la misma cantidad de harina, pero el doble de azúcar. Cuando acabó, había utilizado 10 tazas de harina y 7 de azúcar. ¿Cuántos bizcochos y cuántos pasteles de chocolate había hecho?

49. En una fiesta participan 42 personas, entre las cuales hay doble número de hombres que de mujeres y el mismo número de niños que de adultos en total. ¿Qué cantidad de hombres, mujeres y niños hay?

50. Dos kilos de peras y tres de manzanas cuestan 7’80 €, mientras que cinco kilos de peras y cuatro de manzanas cuestan 13’20 €. ¿Cuánto cuesta el kilo de cada tipo fruta?

51. Un fabricante de bombillas obtiene un beneficio de 0’30 € por cada pieza que sale del taller para la venta, pero tiene una pérdida de 0’40 € por cada pieza defectuosa que ha de retirar. En una jornada ha fabricado 2100 bombillas y ha obtenido unos beneficios de 484’40 €. ¿Cuántas bombillas válidas y cuántas defectuosas ha fabricado ese día?

52. En una empresa aceitera han envasado 3000 litros de aceite en 1200 botellas de dos y de cinco litros. ¿Cuántas botellas de cada clase han utilizado?

53. En un test de 30 preguntas se obtienen 0’75 puntos por cada respuesta correcta y se restan 0’25 puntos por cada una fallada. Si mi nota ha sido 10’5, ¿cuántos aciertos y cuántos fallos he tenido?

54. He pagado 90’50 € por una camisa y un jersey que costaban, entre los dos, 110 €. Si en la camisa me han rebajado un 20% y en el jersey, un 15%; ¿cuál era el precio original de cada artículo?

55. En un Instituto hay matriculados 795 estudiantes entre los dos cursos de bachillerato. El 45% de primer curso y el 52% de segundo son chicas, lo cual supone un total de 384 alumnas entre los dos cursos. ¿Cuántos estudiantes hay en cada curso?

56. Mezclando el agua de una cazuela que se encuentra a 15 ºC con la de otra cazuela que está a 60 ºC hemos llenado una olla de 9 litros que ha resultado estar a una temperatura de 45 ºC. ¿Cuántos litros había en cada cazuela?

EJERCICIOS DE REPASO

ECUACIONES DE 1^{r} GRADO

1) $3(2x-1)-5(x+2)=3x-8$

2) $3(x-1)-\frac{2}{5}(x+2)=0$

3) $(x-2)(x-3)-2(x-4)(x-3)=2-(x-7)(x-5)$

4) $(x-2)^2-(x-1)(x+1)-\frac{x-2}{3}=\frac{1}{2}(x+2)$

5) $\frac{x-1}{3}=\frac{7x+4}{4}$

6) $2x-\frac{x-4}{16}=x-\frac{1-x}{4}$

7) $\frac{x-2}{3}-\frac{2(x+1)}{6}=4$

8) $1-\frac{2x-5}{3}=\frac{x+3}{2}$

9) $x-\frac{x-1}{2}=2-\frac{x+3}{4}$

10) $\frac{x+2}{3}-\frac{3x-4}{4}=2x-8$

11) $\frac{2x-1}{3}-\frac{x}{6}=\frac{6x+1}{2}-\frac{3x+1}{12}$

12) $3x-14+\frac{2x+7}{3}=\frac{5x-7}{2}$

13) $\frac{2}{3}\left[x-\left(1-\frac{x-2}{3}\right)\right]+1=x$

14) $\frac{3x}{4}-\frac{1}{5}=\frac{5x}{6}-5$

15) $2x-1-\frac{3x-1}{3}-\frac{5}{3}=\frac{x+2}{6}+x-3$

16) $\frac{x-2}{3}-\frac{x-4}{5}=\frac{x-6}{7}$

17) $\frac{3x-2}{5}-\frac{2x-1}{10}=\frac{3(4-5x)}{2}$

18) $\frac{3(x-1)}{4}-\frac{3}{2}=-\frac{5x-7}{4}$

19) $7-\frac{x-3}{7}=\frac{2+x}{4}-\frac{x-25}{2}$

20) $\frac{2x-3}{5}-\frac{4x-1}{10}=3-\frac{x+1}{4}$

21) $\frac{3x-1}{5}-\frac{2x-3}{3}=\frac{3-x}{15}+1$

22) $\frac{3x+5}{6}-\frac{5x+4}{9}=1-\frac{x}{18}$

23) $\frac{2x}{15}-\frac{3x-5}{20}=\frac{x}{5}-3$

24) $\frac{x+1}{3}-\frac{5x-3}{6}=\frac{3x-5}{2}+1$

25) $\frac{4-x}{6}+\frac{3x+4}{2}-\frac{4(x+5)}{3}=-x$

26) $\frac{x-2}{3}-\frac{12-x}{2}=\frac{5x-36}{4}-1$

27) $\frac{1-x}{6}-\frac{1+x}{2}=x-\frac{10x-1}{6}$

28) $\frac{2(x-1)}{3}-\frac{x+2}{15}+2=2x-\frac{2(x-4)}{5}$

29) $\frac{3(2+7x)}{4}-\frac{5(2x-3)}{6}+\frac{2(3x-1)}{5}=0$

30) $\frac{1}{2}\left(x-\frac{7}{3}\right)-\frac{1}{3}\left(x-\frac{7}{4}\right)+\frac{1}{4}\left(x-\frac{7}{5}\right)=0$

31) $\frac{1}{9}\left[3x-6-5\left(\frac{7x}{2}-5\right)\right]+13(x-5)+\frac{1}{4}=0$

32) $\frac{3-x}{3}+\frac{x}{3}+x=12-\frac{x+4}{2}$

33) $7-\frac{x-3}{7}=\frac{2+x}{4}-\frac{x-25}{2}$

34) $\frac{x+4}{6}-\frac{2x+2}{9}=\frac{x-2}{6}-\frac{11+9x}{18}$

35) $\frac{2(x-1)x+4}{3}-\frac{x}{6}=\frac{6x+1}{2}-\frac{3x+1}{12}$

36) $\frac{3x-11}{6}-\frac{5x-1}{15}=\frac{x-7}{10}-\frac{5x-10}{30}$

37) $\frac{2x-7}{9}-\frac{3x+1}{5}=\frac{x+2}{15}-\frac{5x-10}{45}$

38) $\frac{2(x-1)}{3}-\frac{x}{6}=\frac{6x+1}{2}-\frac{3x+1}{12}$

39) $\frac{3x-17}{8}-\frac{1-4x}{13}=\frac{1-x}{4}-\frac{9+x}{6}$

40) $\frac{3x-11}{20}-\frac{5x+1}{14}=\frac{x-7}{10}-\frac{5x-6}{21}$

41) $-\frac{2x-1}{2}+\frac{2x+3}{6}=\frac{2-3x}{3}-\frac{2x}{5}$

ECUACIONES DE 2º GRADO

1) $x^2 - 81 = 0$
2) $3x^2 + 5x = 0$
3) $15x^2 - 13x + 2 = 0$
4) $3x^2 - 27 = 0$
5) $x^2 = 4x$
6) $2x^2 - 5x + 3 = 0$
7) $5x^2 - 80 = 0$
8) $8x^2 + 9x = 0$
9) $2x^2 - 15x + 7 = 0$
10) $2x^2 = 18$
11) $7x^2 + 3x = 0$
12) $2x^2 - -11x + 5 = 0$
13) $9x^2 - 25 = 0$
14) $3x^2 = 6x$
15) $6x^2 - 21x + 9 = 0$
16) $4x^2 + 16 = 0$
17) $x^2 + 5x = 0$
18) $-4x^2 + 7x - 3 = 0$
19) $5x^2 + 4 = 0$
20) $4x^2 = -7x$
21) $x^2 = 3x - 2$
22) $x^2 - x - 3 = x$
23) $x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{5}{3} = 0$
24) $(4x-1)(2x+2) = 12$
25) $-2(x-2)^2 + 2x^2 = 3(x+2)(x-2) + 1$
26) $(2x+1)^2 = 1 + (x+1)(x-1)$

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

1) $\begin{cases} x - 5y = 10 \\ 2x + y = 9 \end{cases}$
2) $\begin{cases} 2x - 10y = 6 \\ 10x - 25y = 5 \end{cases}$
3) $\begin{cases} 4x - 5y = 2 \\ 5x + 3y = 21 \end{cases}$
4) $\begin{cases} 5x - 4y = 17 \\ 2x + 6y = 22 \end{cases}$
5) $\begin{cases} 9x - 4y = 51 \\ 3x + 6y = 39 \end{cases}$
6) $\begin{cases} 9x + 4y = 18 \\ 6x + 5y = -9 \end{cases}$
7) $\begin{cases} 3x + 2y = 12 \\ 2x + y = 10 \end{cases}$
8) $\begin{cases} 4x - 9y = -12 \\ 6x - 5y = 16 \end{cases}$
9) $\begin{cases} 5x - 4y = -10 \\ 2x + 6y = 24 \end{cases}$
10) $\begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ 3x - y = 10 \end{cases}$
11) $\begin{cases} 2x - y = 7 \\ 3x + y = 3 \end{cases}$
12) $\begin{cases} 7x - 5y = 1 \\ 4x - 7y = 13 \end{cases}$
13) $\begin{cases} 3x + 7y = 2 \\ 7x + 8y = -2 \end{cases}$
14) $\begin{cases} 22x + 15y = 9 \\ 18x + 25y = 71 \end{cases}$
15) $\begin{cases} 6x + 2y = -3 \\ 5x - 3y = -6 \end{cases}$
16) $\begin{cases} 2y - 11x = 67 \\ 2x + 5y = 20 \end{cases}$
17) $\begin{cases} 6x + 9y = -14 \\ 3x - 6y = 14 \end{cases}$
18) $\begin{cases} 2x + 5y = 0 \\ 3x - 2y = -19 \end{cases}$
19) $\begin{cases} 3x - 9y = 15 \\ 5x + 12y = -2 \end{cases}$
20) $\begin{cases} 5x + 2y = 4 \\ 4x - 3y = 13 \end{cases}$
21) $\begin{cases} 3x + y = 15 \\ 5x - 4y = 8 \end{cases}$
22) $\begin{cases} 10x + 7y = -1 \\ 3x - 5y = 21 \end{cases}$
23) $\begin{cases} 10(x+2) + y = 1 \\ x + 3(x-y) = 5 \end{cases}$
24) $\begin{cases} 5x - 8y = 7 \\ x = 1 + y \end{cases}$
25) $\begin{cases} 2x - 3y + 5 = 0 \\ x + 2y = 2 \end{cases}$
26) $\begin{cases} x = 2 + 6y \\ 3y - 8x = 29 \end{cases}$
27) $\begin{cases} 4x - 16 = -y \\ 4x = 3y \end{cases}$
28) $\begin{cases} 4x = 13 - 3y \\ 2x - 5y = \frac{13}{3} \end{cases}$
29) $\begin{cases} 3x - 4y = 13 \\ \frac{x}{6} + \frac{y}{5} = \frac{1}{10} \end{cases}$
30) $\begin{cases} \frac{x}{6} - \frac{y}{7} = \frac{11}{14} \\ 5x + 4y = 7 \end{cases}$
31) $\begin{cases} \frac{x - 2y}{3} = x - \frac{2y - 4}{15} \\ 3x - 2y = 4 \end{cases}$
32) $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 4 \\ \frac{x}{3} + y = 1 \end{cases}$

PROBLEMAS

1) Una peña deportiva contrató un autobús para seguir a su equipo. Si el autobús se hubiese llenado habrían pagado 8.5 € cada uno, pero quedaron tres plazas vacías y el viaje les costó 9 €. ¿Cuántas plazas tenía el autobús?

2) Cada vez que un jugador gana una partida recibe 7 € y cada vez que pierde paga 3 €. Al cabo de 15 partidas ha ganado 55 €. ¿Cuántas veces ganó?. No es posible el empate en estas partidas.

3) Una persona debe pintar una valla. En una primera sesión pinta los 2/5 de la longitud de la valla. En una segunda sesión los ¾ de la longitud de la valla que queda por pintar, y en una tercera sesión 60 m de valla, terminando así todo el trabajo. ¿Qué longitud tiene la valla?

4) Tengo que construir una columna de manera que la quinta parte esté enterrada, las dos terceras partes estén en el agua y 6 metros en el aire. ¿Cuántos metros tiene la columna?

5) En un partido de baloncesto un jugador ha conseguido la cuarta parte de los puntos de su equipo más tres. Si en total consiguió 23 puntos ¿cuántos consiguió su equipo?

6) Una persona compra en una librería 16 bolígrafos a 35 céntimos cada uno, 6 archivadores a 3´75 € cada uno y 5 gomas de borrar. Calcula el precio de cada goma si el importe total de la compra es de 28,6 €?

7) En una tienda hay 18 latas de refrescos, unas de naranja y otras de limón. Pero de naranja hay el triple que de limón menos dos unidades. ¿Cuántas latas hay de cada clase?

8) Reparte 202 € entre cuatro personas, sabiendo que la segunda recibe la mitad que la primera, la tercera un tercio de la segunda y la cuarta la décima parte de la tercera.

9) Un padre tiene 50 años y sus dos hijos 20 y 25 años respectivamente. ¿Dentro de cuántos años la edad del padre será la suma de las edades de sus hijos?

10) Calcula los ángulos de un triángulo sabiendo que uno es la mitad del otro, y que el tercero es la cuarta parte de la suma de los dos primeros.

11) Halla una fracción que resulte equivalente a 1/4 si se añade una unidad al numerador, y equivalente a 1/5 si se añade una unidad al denominador.

12) Los reyes de una dinastía tuvieron nueve nombres diferentes. La tercera parte de los reyes llevaron el primer nombre, la cuarta parte el segundo, la octava parte el tercer nombre, la doceava parte el cuarto y cada uno de los nombres restantes lo llevó un solo rey. Halla cuántos reyes forman la dinastía.

13) Para recorrer dos ciudades un automovilista lleva una velocidad media de 80 km/h en un sentido y de 60 km/h en el otro. Realiza así el trayecto de ida y vuelta en siete horas. ¿Cuál era la distancia entre las dos ciudades?

14) Una familia de cuatro miembros paga una factura de 46 € por el uso de la piscina cubierta de su localidad. La madre ha ido a bañarse en siete ocasiones, el padre en cuatro y cada uno de los hijos en seis. ¿Qué gasto ha realizado cada uno?

15) Si dentro de 10 años tengo el triple de la edad que tenía hace 6 años, ¿cuántos años tengo ahora?

16) Antonio tiene 15 años, su hermano Roberto 13 y su padre 45 años. ¿Cuántos años han de transcurrir para que entre los dos hijos igualen la edad del padre?. ¿Cuál será entonces la edad de cada uno?

17) Se han importado un cierto número de unidades de juegos de consola que se van a vender a 40 € la unidad, pero una avería en el transporte ha estropeado 150 unidades y para seguir ganando lo mismo se deberá vender a 50 € la unidad. ¿De cuántas unidades está compuesta esta importación?

18) Calcula m en la ecuación $x^2 - mx + 24 = 0$ para que una de sus raíces sea 6. Halla la otra raíz.

19) Encuentra los valores de b y c para que la ecuación $x^2 - bx + c = 0$ tenga como raíces –3 y 5. Da otra ecuación de segundo grado que también tenga estas dos soluciones.

20) Calcula m en la ecuación $5x^2 - 3x + m = 0$ para que una de sus raíces sea 2. Halla la otra raíz.

21) Halla el valor que tiene que tener k para que las dos raíces de la ecuación $3x^2 - 8x - 3k = 0$ sean iguales.

22) La suma de las raíces de una ecuación de segundo grado es 3 y el producto vale –4. Calcula ambas raíces y escribe la ecuación.

23) Inventa una ecuación de segundo grado que tenga una solución doble igual a 7

24) Escribe una ecuación de segundo grado que tenga como soluciones 1/ 2 y –3.

25) Un rectángulo de área 60 cm^2 tiene la base 7 cm más larga que la altura. Calcula sus dimensiones.

26) Si al cuadrado de un número se le suma 10 se obtiene lo mismo que si a cinco veces el número se le suma 6. ¿De qué número se trata?

27) Si la base de un rectángulo disminuye 80 cm y la altura aumenta 20 cm se convierte en un cuadrado; pero si la base disminuye 60 cm y la altura aumenta 20 cm su área disminuye en 400 cm^2. ¿Cuáles son las dimensiones del rectángulo inicial?

28) En un campo rectangular uno de los lados mide 24 m y la diagonal 18 m más que el otro lado. Halla el perímetro y la superficie.

29) La hipotenusa de un triángulo mide 13 cm. Averigua las longitudes de los catetos, sabiendo que su diferencia es 7 cm.

30) Una persona ha tardado 9 horas en ir de A a B y regresar. La velocidad de ida ha sido superior a la de vuelta en 2 km/h y la distancia entre A y B es de 40 km. Calcula ambas velocidades.

31) En una semana, una peña de quinielistas ha recibido un premio que se va a repartir a partes iguales entre los socios de la peña. Si hubieran sido dos menos hubieran tocado a 2000 € más cada uno. Si hubieran sido dos más habrían tocado a 1000 € menos cada uno. Calcula el dinero repartido y el número de miembros de la peña.

32) Un fabricante de bombillas obtiene un beneficio de 0.6 € por cada pieza que sale del taller para la venta, pero sufre una pérdida de 0.8 € por cada pieza defectuosa que debe retirar. En una jornada ha fabricado 2100 bombillas ganando 968.8 €. ¿Cuántas bombillas válidas para la venta y cuántas defectuosas se han fabricado ese día?

33) Una empresa fabrica dos tipos de bicicleta, A y B. Para fabricar una bicicleta del modelo A se necesita 1kg de acero y 3kg de aluminio, y para una del modelo b se necesitan 2kg de cada uno de estos materiales. Si la empresa dispone de 80kg de acero y 120kg de aluminio ¿cuántas bicicletas de cada tipo puede fabricar?

34) En una tribu de indios se utilizan conchas como monedas. Sabemos que tres espejos y dos arcos han costado 78 conchas, y que cuatro espejos y un arco han costado 54 conchas. ¿Cuántas conchas hay que dar a cambio de cada arco y de cada espejo?

35) Cuatro hermanos tenían 450 €. El tercero de ellos soñaba: "Si al primero le diesen 20 €, al segundo le quitasen 20 € y al cuarto le redujesen a la mitad su dinero todos tendríamos lo mismo". ¿Cuánto tenía cada hermano en realidad?

36) En un corral hay gallinas y conejos. Si hay 15 cabezas y 54 patas, ¿cuántos animales hay de cada clase?

37) He ido a comprar unos zapatos y unos pantalones que valían en total 66 euros. Como estamos en rebajas, he pagado por las dos prendas 54,5 euros. En los zapatos me han rebajado un 20% y en los pantalones un 15%. ¿Cuál era el precio original de cada artículo?

38) En un concurso radiofónico se reparten 180 euros entre dos concursantes que han acertado en total 10 preguntas. El primero se lleva 72 euros más que el segundo. ¿Cuántas preguntas acertó cada uno?

39) Dos grifos, abiertos a la vez, llenan un depósito en tres horas. ¿Cuánto tardará cada uno, por separado, sabiendo que el caudal de uno es triple que el del otro?