## INECUACIONES

Una inecuación es cualquier desigualdad entre dos expresiones algebraicas.

- ej: $5x^2-y>7$ $4x+9x^4-6<13x$ $3y\geq 71$ $5x^9\leq 2x^2+yz$

Las inecuaciones no tienen como solución un único valor, su solución es un intervalo numérico.

- ej: $x<1 \to ]-\infty,1[$ $x\leq 3 \to ]-\infty,3]$ $x>-2 \to ]-2,+\infty[$ $x\geq 0 \to [0,+\infty[$


**1.** Traduce al lenguaje algebraico las siguientes expresiones:

**a)** El triple de un número más ocho unidades es menor que veinte.
**b)** El número de alumnos de mi curso es como máximo de 35.
**c)** Si el dinero que tengo aumentara el triple y me tocaran 20 €, tendría, al menos, 110 €.
**d)** El cuadrado de un número es menor que su doble más una unidad.
**e)** Si creciera 15 cm, superaría la estatura que se requiere para entrar en el equipo de baloncesto, que es de 1’80 m.
**f)** Si al doble de mi edad le quito 10 años, todavía tendría más de 4 años, que es la edad de mi hermano.
**g)** Si a un billete de 50 € le quitáramos el dinero que tengo en el bolsillo, todavía quedaría al menos un billete de 20 €.

Para resolver una inecuación se tienen en cuenta las mismas reglas algebraicas que en las ecuaciones, exceptuando “si multiplicamos o dividimos la inecuación por un número negativo, el signo de la desigualdad cambia de sentido”.

- ej: $x+2>7 \to x>7-2 \to x>5 \to x\in ]5,+\infty[$
- ej: $3x\leq 15 \to x\leq 15/3 \to x\leq 5 \to x\in ]-\infty,5]$
- ej: $x-4<3 \to x<3+4 \to x<7 \to x\in ]-\infty,7[$
- ej: $-2x\geq 8 \to x\leq \frac{8}{-2} \to x\leq -4 \to x\in ]-\infty,-4]$

**2.** Intenta resolver las inecuaciones anteriormente planteadas y expresa sus resultados en forma de desigualdad, de intervalo real y gráficamente.

**3.** ¿Cuál de los valores siguientes son soluciones de la inecuación $x^2-8x<12$ ?

$x=-5$ $x=0$ $x=1'1$ $x=2$ $x=5/2$ $x=3'2$ $x=10$

**4.** Obtén el conjunto de soluciones de las inecuaciones de primer grado siguientes.

**a)** $3x-7<5$ **b)** $2-x>x$ **c)** $7\geq 8x-5$ **d)** $1-5x\leq -8$ **e)** $\frac{2(x+2)}{3}<2x$ **f)** $\frac{x-1}{2}\geq x+1$

**g)** $-4x+9<x-1$ **h)** $\frac{x-4}{4}+1\leq \frac{x+4}{8}$ **i)** $\frac{5x-2}{3}-\frac{x-8}{4}>\frac{x+14}{2}-2$

**j)** $4x-\frac{3-2x}{4}<\frac{3x-1}{3}+\frac{37}{12}$ **k)** $\frac{x-1}{2}-x\leq \frac{1-x}{4}-3$

Para resolver <u>inecuaciones de segundo grado</u> con una incógnita, resolveremos la ecuación correspondiente, dividiremos la recta real en intervalos a partir de las soluciones de la ecuación y comprobaremos cuáles de los intervalos formados son solución de la inecuación planteada.

- ej: resolver la inecuación $x^2+2x-3\geq 0$

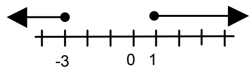
  al resolver la ecuación de segundo grado $x^2+2x-3=0$ obtenemos $x=-3$ y $x=1$ como soluciones, las cuales dividen la recta real en tres intervalos: $]-\infty,-3]$, $[-3,1]$ y $[1,+\infty[$

  tomamos un punto del interior de cada intervalo para comprobar si cumple la inecuación:

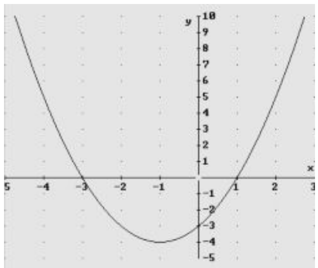
  $-4\in]-\infty,-3] \rightarrow (-4)^2+2\cdot(-4)-3=16-8-3=5\geq 0$ $\rightarrow$ luego, sí es solución

  $0\in[-3,1] \rightarrow 0^2+2\cdot 0-3=0+0-3=-3<0$ $\rightarrow$ por lo tanto, no cumple la inecuación

  $2\in[1,+\infty[ \rightarrow 2^2+2\cdot 2-3=4+4-3=5\geq 0$ $\rightarrow$ luego, también es solución

  entonces, la solución de la inecuación son los intervalos $]-\infty,-3]\cup[1,+\infty[$

  gráficamente sería decir en qué intervalos la parábola $y=x^2+2x-3$ es positiva ($\geq 0$)

  si representamos gráficamente la citada parábola, vemos que se mantiene por encima del eje de abscisas (OX) en los intervalos obtenidos anteriormente.

**5.** Resuelve las siguientes inecuaciones de segundo grado:

**a)** $-x^2+3x-2\geq 0$ **b)** $x^2-4x-5\leq 0$ **c)** $2x^2+9x-5>0$ **d)** $-x^2+4x<0$

**e)** $x^2-2x+3>x+1$ **f)** $-x^2+3x-6\leq -x-2$ **g)** $-x^2+x-5\geq -2x-3$ **h)** $\frac{x-1}{2}-\frac{1}{3}>x+\frac{3x-x^2}{3}$

Resolver un <u>sistema de inecuaciones</u>, es obtener los intervalos que son comunes a ambas inecuaciones.

**6.** Calcula el conjunto de soluciones de los sistemas de inecuaciones siguientes:

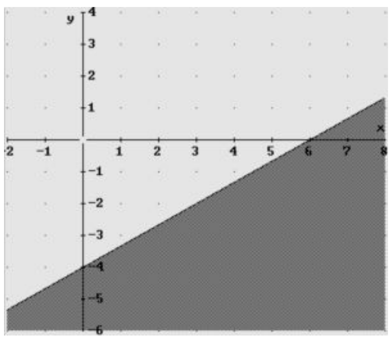
**a)** $\begin{cases} x-2>0 \\ x+3>0 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 3-x\geq 0 \\ 3+x>0 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} x+1\geq 0 \\ x-5<0 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} x\geq 0 \\ 1-x\leq 0 \end{cases}$

**7.** Calcula el conjunto de soluciones de las inecuaciones siguientes:

**a)** $(x-1)(x+3)>0$ **b)** $x(x-4)<0$ **c)** $(x-5)(x+2)\leq 0$ **d)** $(x+1)(3-x)\leq 0$

**e)** $\frac{3x-6}{x-1}\geq 0$ **f)** $\frac{x}{x+1}>0$ **g)** $\frac{2x-8}{5-x}\leq 0$

<u>Inecuaciones de primer grado con dos incógnitas</u>: una ecuación de primer grado con dos incógnitas representa gráficamente una recta que divide el plano en dos semiplanos, por tanto la solución de la inecuación correspondiente será uno de ellos.



- ej: resolver $2x-3y>12$

  hacemos una pequeña tabla de valores y representamos gráficamente la recta $2x-3y=12$

  después tomamos un punto cualquiera del plano, por ejemplo (0,0), y lo sustituimos en la inecuación, obtenemos $2\cdot 0-3\cdot 0=0<12$ $\rightarrow$ no cumple la inecuación, por tanto la solución será todo el semiplano donde se encuentra ese punto.

**8.** Expresa gráficamente las soluciones de las siguientes inecuaciones con dos incógnitas:

**a)** $x+y<0$ **b)** $2x-y>0$ **c)** $3x-4y\leq 12$ **d)** $-2x+3y\geq 24$

## EJERCICIOS DE REPASO

*Observación: En todos los ejercicios da el resultado en forma algebraica, en forma de intervalo y representa el conjunto de soluciones gráficamente sobre la recta real.*

1) Resuelve las siguientes inecuaciones de primer grado:

**a)** $3x+1>2x+5$ **b)** $2x+1\geq x+3$ **c)** $2x+9\geq 3x+5$

**d)** $6x-3<4x+7$ **e)** $3x-1\leq -2x+4$ **f)** $2(x+3)+3(x-1)\leq 2(x+2)$

2) Plantea y resuelve:

a) En una familia de tres hijos, el padre da dinero a los hijos según la edad. Al mayor le da 20 € y al menor 5€. Si Pablo es el mediano, ¿cuánto dinero recibe?

b) Javi y Nuria han medido la pizarra a palmos. Javi ha contado entre 16 y 17 palmos, mientras que Nuria cuenta más de 17 pero no llega a 18. Si el palmo de Javi mide 19'5 cm y el de Nuria 18 cm, ¿cuánto mide la pizarra?

c) Recuerda que cada lado de un triángulo es menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia. Imagina que x e y son dos lados de un triángulo, cuyos valores son x=1 e y=12. ¿Qué se puede decir del lado z?

d) Un alumno sale de casa con 5 €; paga de transporte 80 céntimos y a la hora del bocata gasta 2 € y pico. Encuentra el máximo y el mínimo de dinero que le puede quedar.

e) Una fábrica de Alcoi paga a sus representantes 10 céntimos de euro por artículo vendido más una cantidad fija de 500 €. Otra fábrica de Monóvar paga 15 céntimos por artículo y 300 € fijos. ¿Cuántos artículos ha de vender un representante para que le interese más trabajar en la fábrica de Monóvar que en la de Alcoi?

f) Un vendedor ha de hacer un viaje de ida y vuelta a cierta localidad que suma un total de 1.000 km. Una vez en dicha localidad ha de desplazarse por ella y su zona para hacer sus negocios. Tiene dos opciones para realizar el viaje:
- La primera opción es realizar todo el trayecto con su vehículo a razón de unos gastos de 5 céntimos de euro el kilómetro recorrido más un gasto de aparcamiento de hotel de 25 €.
- La otra opción es tomar un billete de ida y vuelta en tren, que le cuesta 60 €, y allí alquilar un coche por un día para realizar el recorrido urbano, que le cuesta 10 € más un gasto por kilometraje de 10 céntimos el km.

¿A partir de cuántos kilómetros hechos en la localidad y sus alrededores le es más rentable utilizar su propio vehículo?

3) Resuelve las siguientes inecuaciones de primer grado:

**a)** $\frac{x}{3}+\frac{x}{2}>5-\frac{x}{6}$ **b)** $\frac{7x}{5}-\frac{1}{2}>\frac{3x}{2}-5$ **c)** $\frac{3x+1}{2}\geq\frac{5x+1}{3}$

**d)** $\frac{x}{2}+\frac{x+1}{7}-x+2<0$ **e)** $\frac{x-1}{2}-x<\frac{1-x}{4}-3$ **f)** $\frac{2x+3}{4}>\frac{x+1}{2}+3$

**g)** $\frac{5x}{7}-\frac{13}{21}+\frac{x}{15}\leq\frac{9}{5}-\frac{2x}{35}$ **h)** $\frac{6x}{5}-\frac{x-6}{2}\leq\frac{11x+5}{5}-\frac{x+2}{2}$ **i)** $\frac{2x-4}{3}+\frac{3x+1}{3}<\frac{2x-5}{12}$

**j)** $\frac{x}{3}-\frac{2x+1}{8}-\frac{8-10x}{45}>0$ **k)** $\frac{x+4}{3}-\frac{x-4}{5}\geq 2+\frac{3x-1}{15}$ **l)** $\frac{x-1}{3}-\frac{x+4}{4}\leq\frac{x}{3}-\frac{x+3}{12}+\frac{11}{4}$

a. $\frac{x-2}{3}-\frac{12-x}{2}>\frac{5x-36}{4}-1$ **m)** $\frac{x-1}{3}-\frac{x+2}{6}<\frac{5x-4}{6}$ **n)** $\frac{3x-1}{2}-\frac{4x-1}{3}\leq\frac{5x+1}{4}$

**o)** $\frac{3x-3}{5}-\frac{4x+8}{2}>\frac{x}{4}-3x$ **p)** $\frac{5x-2}{3}-\frac{x-8}{4}>\frac{x+14}{2}-2$ **q)** $\frac{3-x}{2}-\frac{6+5x}{5}-\frac{7-10x}{10}\geq 3-\frac{x}{15}$

**r)** $\frac{x+3}{2}-\frac{5x-8}{4}\geq\frac{2x}{3}+1-\frac{3x+1}{6}$ **s)** $\frac{9x+5}{5}-\frac{x+2}{4}\leq\frac{12x}{5}-\frac{x-6}{2}$ **t)** $\frac{3(2-x)}{2}-x\leq\frac{16}{5}-\frac{x+1}{5}$

4) Resuelve las siguientes inecuaciones de segundo grado:

**a)** $4x^2 > 49$ **b)** $x^2 - 6x + 8 \geq 0$ **c)** $x^2 + x - 6 < 0$

**d)** $x^2 + 9x + 18 > 0$ **e)** $x^2 - 5x + 6 < 0$ **f)** $-x^2 + 4x - 7 \leq 0$

**g)** $7x^2 - 3x > 0$ **h)** $-2x^2 - 8x - 6 < 0$ **i)** $-2x^2 + 3x - 1 \leq 0$

**j)** $2x^2 - 16x + 24 > 0$ **k)** $7x - x^2 < 12$ **l)** $3x^2 - 7x + 4 \geq 0$

**m)** $(2x-1)^2 + (x-3)(x+3) + 7 > (x+2)^2 - x$ **n)** $x(x^2 + x) - (x+1)(x^2 - 2) > -4$

**o)** $(2x-3)^2 \leq 1$ **p)** $(x-1)^2 - (x+2)^2 + 3x^2 \leq -7x + 1$

5) Resuelve las siguientes inecuaciones:

**a)** $\dfrac{3x-6}{3x-1} > 0$ **b)** $\dfrac{x}{x+1} < 0$ **c)** $\dfrac{x+3}{x+1} \geq 2$ **d)** $\dfrac{x}{x-3} + 1 \leq 0$

6) Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones con una sola incógnita:

**a)** $\begin{cases} 2x + 3(x-1) > x + 1 \\ 2(x+3) \geq x + 2 \end{cases}$

**b)** $\begin{cases} \dfrac{5-4x}{4} - \dfrac{21-9x}{2} \geq 2 + \dfrac{10x-37}{4} \\ x + \dfrac{3x-2}{5} - \dfrac{x-1}{3} < 3 + \dfrac{4x-1}{15} \end{cases}$

**c)** $\begin{cases} x(3x-3) < 2x^2 + 3x - 8 \\ 3(x-2) \geq 6 - x \end{cases}$

**d)** $\begin{cases} \dfrac{x-1}{5} - \dfrac{x+4}{3} < \dfrac{x}{2} - \dfrac{x-2}{3} - \dfrac{11}{5} \\ x^2 - 2x < 3 \end{cases}$

7) Resuelve, gráficamente, los siguientes sistemas de inecuaciones lineales con dos incógnitas:

**a)** $\begin{cases} x + y \leq 2 \\ x - y \geq 6 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 2x + 3y \leq 4 \\ 2x - y \leq 3 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} x + 2y \geq 5 \\ 2x + y \geq 7 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} 2x + y \leq 6 \\ 3x - 2y \geq 5 \end{cases}$