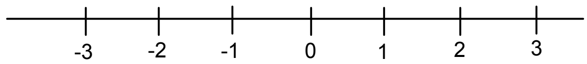
NÚMEROS-II

CONJUNTOS NUMÉRICOS

$\mathbb{N}$ - los <u>números Naturales</u> sirven para contar y ordenar. {0, 1, 2, 3, 4, ... }

$\mathbb{Z}$ - los <u>números Enteros</u> son los naturales y sus opuestos. $\left\{0, \begin{array}{c} 1, 2, 3, 4, ... \\ -1, -2, -3, -4, ... \end{array}\right\}$

Es evidente la representación gráfica, sobre una recta, de los números Naturales y Enteros ...



$\mathbb{Q}$ - los <u>números Racionales</u> se pueden expresar como una fracción. $\left\{\frac{a}{b}\right\}$

a ellos pertenecen, por tanto, los números:

Naturales → $2 = \frac{2}{1}$

Enteros → $-3 = \frac{-3}{1}$

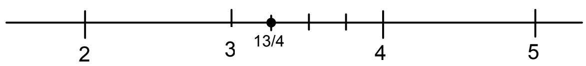
Decimales exactos → $-2'41 = \frac{-241}{100}$

Decimales periódicos puros → $26'\widehat{3} = \frac{79}{3}$

Decimales periódicos mixtos → $1'2\widehat{5} = \frac{113}{90}$

Para representar un número Racional, y por tanto fraccionario, haremos la división correspondiente y lo descompondremos según la relación existente en cualquier división: D=d·q+R → $\frac{D}{d} = q + \frac{R}{d}$

- ej: 13/4 → $\begin{array}{r|l} 13 & 4 \\ \hline 1 & 3 \end{array}$ → 13/4 = 3 + $\frac{1}{4}$ →



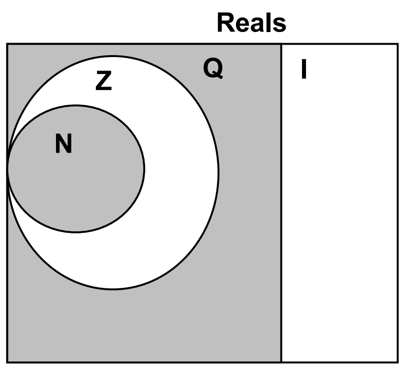
Si representáramos sobre una recta, llamada recta Racional, todos estos tipos de números, aunque son infinitos, quedarían infinitos huecos por rellenar; serían aquellos números que tienen infinitas cifras decimales no periódicas, éstos no se pueden, de ninguna forma, expresar en forma de fracción y, por tanto, no pertenecen a los números Racionales, los llamaremos <u>números Irracionales</u>($\mathbb{I}$).

El más conocido de todos los Irracionales es el número π=3'14159..., pero también $\sqrt{2}$ =1'4142..., $\sqrt[3]{5}$ =1'70997..., el número de oro ϕ=1'61803... son Irracionales.

- Investiga con la calculadora otros tipos de números radicales que sean Irracionales.

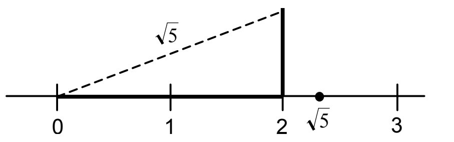
Al conjunto formado por los números Racionales e Irracionales los llamaremos <u>números Reales</u>($\mathbb{R}$) y al representarlos sobre una recta, llamada recta Real, la rellenaremos del todo.

Por tanto, una vez definidos todos los conjuntos numéricos, es puede hacer el esquema adjunto.

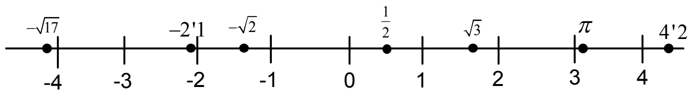


Para representar gráficamente con exactitud números Irracionales que provienen de raíces cuadradas, habrá que descomponer el radicando en suma de dos cuadrados perfectos, que harán el papel de catetos de un triángulo rectángulo, cuya hipotenusa, por el teorema de Pitágoras, será el número que queremos dibujar. Después, trasladando con un compás esta hipotenusa sobre la recta real, obtendremos la representación gráfica del número en cuestión.

- ej: $\sqrt{5} = \sqrt{1+4} = \sqrt{1^2 + 2^2}$ → dibujaremos un triángulo rectángulo de catetos 1 y 2 unidades, de forma que $\sqrt{5}$, por el teorema de Pitágoras, será su hipotenusa.



Por tanto, la representación de todos estos tipos de números rellenarían la <u>Recta Real</u>.



1. Haz un diagrama para clasificar, según pertenezcan a los conjuntos numéricos de los Naturales, Enteros, Racionales, Irracionales y Reales, los siguientes números:

5	7/3	-6'28	$\sqrt{3}$	-10	0	π	$12'\widehat{6}$
-1/5	$\sqrt[3]{-8}$	-1	4'010101	$\sqrt{-4}$	42/7	$\sqrt{1'44}$	$-\sqrt{7}$

2. ¿Qué tipos de números utilizarías para expresar con precisión:

a) El número de personas que viven en casa de cada alumno del curso.
b) Las diferencias entre partidos ganados y perdidos por un equipo en una competición.
c) Tu peso, expresado en kg.
d) El perímetro de una plaza con forma circular.
e) Pon otro ejemplo con cada uno de los tipos de números que conoces.

3. Escribe un número Racional y otro Irracional que estén comprendidos entre A y B:

a) A=1/3 y B=1/2 **b)** A=4'28 y B=4'29 **c)** A=$7'\widehat{4}$ y B=$7'\widehat{5}$

4. Representa en la recta numérica, con la mayor precisión posible, los siguientes números: 6 -3 4'75 $-1'\widehat{6}$ $\sqrt{10}$ $\sqrt{7}$

5. Ordena de menor a mayor:

a) 3'17, $3'1\widehat{6}$ y $\sqrt{10}$. Represéntalos gráficamente dentro del intervalo [3'16,3'18].
b) $\sqrt{10}$, $\sqrt[3]{28}$ y 28/9. Represéntalos gráficamente dentro del intervalo [3,3'2].

INTERVALOS ENCAJADOS

Cualquier número real se puede definir mediante una <u>Sucesión Decimal de Intervalos Encajados</u>, es trata de ir dando sucesivos intervalos, unos dentro de otros, de manera que vayan aproximándose cada vez más al número real correspondiente. Si cada intervalo tiene una amplitud 10 veces menor que el anterior se dice que es una sucesión decimal de intervalos encajados.

- ej: los sucesivos intervalos decimales encajados que definirían el número π=3'14159… serían los siguiente … [3,4], [3'1,3'2], [3'14,3'15], [3'141,3'142], …

Cada uno de ellos está incluido en el anterior y es diez veces más pequeño.

La sucesión creciente (por defecto) que se obtiene es: 3, 3'1, 3'14, 3'141, … → π

La sucesión decreciente (por exceso) que se obtiene es: 4, 3'2, 3'15, 3'142, … → π

Cualquiera de ellas tiene como límite el número π

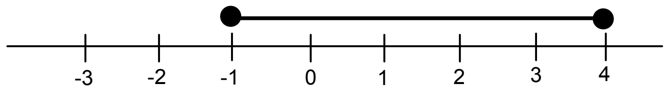
6. ¿Cuáles son los cuatro primeros términos de la sucesión de intervalos encajados que determinan los números reales: $\sqrt{7}$, $-\sqrt{30}$ y 55/7? Deduce la sucesión creciente y la sucesión decreciente que tienen como límite los tres números, respectivamente.

INTERVALOS Y SEMIRRECTAS

Un <u>Intervalo</u> es simplemente un trozo de la recta real, pero hemos de distinguir diferentes tipos:

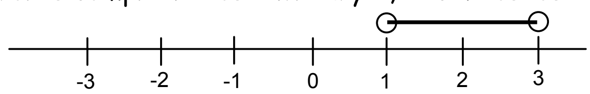
<u>Cerrado</u> → [a,b]={x ; a≤x≤b} → todos los valores comprendidos entre a y b, incluidos los extremos a y b.

- ej: [-1,4]= {x ; -1≤x≤4} →



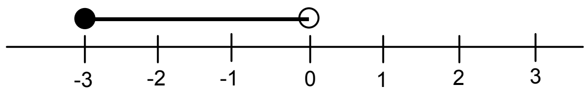
<u>Abierto</u> →]a,b[={x ; a<x<b} → todos los valores comprendidos entre a y b, excluidos los extremos a y b.

- ej:]1,3[= {x ; 1<x<3} →

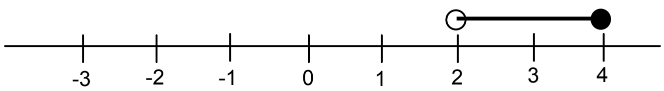


<u>Semiabierto</u> o <u>Semicerrado</u> → [a,b[={x ; a≤x<b} o bien]a,b]={x ; a<x≤b}.

- ej: [-3,0[= {x ; -3≤x<0} →

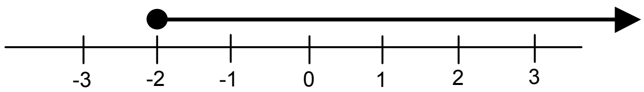


]2,4]= {x ; 2<x≤4} →



Si uno de los extremos del intervalo es +∞ o -∞, estaríamos hablando de <u>Semirrectas</u>.

- ej: [-2,+∞[= {x ; x≥-2} →



7. Expresa en forma de desigualdad y representa en la recta real los intervalos:

P=[-2,6]　　Q=]2,8'5]　　R=[-4,-1[　　S=]0,7'5[　　T=[-3,+∞[

8. Escribe simbólicamente como intervalo y representa en la recta real las siguientes desigualdades:

A={x / -3≤x≤2}　　B={x / 0<x≤5'5}　　C={x / -1≤x<7}　　D={x / 0'5<x<3}　　E={x / x<2}

9. Dibuja y expresa en forma de desigualdad y simbólicamente el conjunto de los números reales, los reales negativos y los reales positivos.