1. Obtén el resto de las razones trigonométricas de x a partir de aquella R.T. que ya se conoce:

   a) senx=0'25 b) cosx=1/4 c) tgx=-$\sqrt{2}$ d) secx=-1'4 e) cosecx=2'5

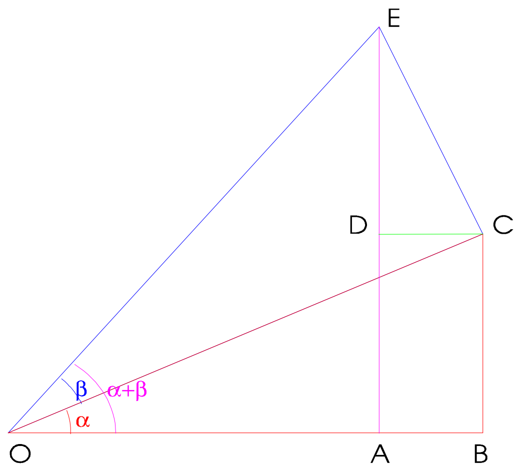
2. A partir de las razones trigonométricas de 28º, calcula las de los ángulos que se indican:

   a) 62º b) 152º c) 208º d) 332º e) 118º

3. Comenta las siguientes afirmaciones:

   a) cos140º=2cos70º b) senx+cosx=1 c) $senx^2=sen^2x=(senx)^2$
   d) cos(cosx)=cos^2x e) senx+sen(x+180º)=0

4. SENO DE LA SUMA DE DOS ÁNGULOS



Observa la figura adjunta. En dicha figura, llamaremos α al ángulo BOC y β al ángulo COE. Está claro que dichos triángulos son rectángulos, y que el ángulo AOE es α+β.

Ya hemos visto en actividades anteriores que para calcular el ***seno de una suma de ángulos NO debe sumarse el seno de cada uno de dichos ángulos.***

Por lo tanto necesitaríamos saber cómo podríamos calcular el $\operatorname{sen}(\alpha+\beta)$ conociendo las R.T. de los ángulos α y β.

Estudiemos un poco las figura: Si nos fijamos, podemos asegurar que se cumple:

$$\operatorname{sen}(\alpha+\beta)=\frac{AE}{OE}=\frac{AD+DE}{OE}=\frac{AD}{OE}+\frac{DE}{OE}$$

Como AD=BC, entonces:

$$\operatorname{sen}(\alpha+\beta)=\frac{BC}{OE}+\frac{DE}{OE} \qquad \textbf{(1)}.$$

Observa ahora que BC se encuentra en el triángulo rectángulo BOC y que DE se encuentra en el triángulo rectángulo CDE.

Además el ángulo CED= α (***¿por qué?***). Por lo tanto, se cumplirá que:

Triángulo OBC:

$\operatorname{sen}\alpha=\frac{BC}{OC}$ y por lo tanto BC=OCsenα

Triángulo CDE:

$\cos\alpha=\frac{DE}{CE}$ y por lo tanto DE=CEcosα.

Si estas dos expresiones las sustituimos en **(1)**, nos quedará:

$$\operatorname{sen}(\alpha+\beta)=\frac{BC}{OE}+\frac{DE}{OE}=\frac{OC\operatorname{sen}\alpha}{OE}+\frac{CE\cos\alpha}{OE}=\frac{OC}{OE}\cdot\operatorname{sen}\alpha+\frac{CE}{OE}\cdot\cos\alpha$$

Y si nos fijamos en el **Triángulo OCE:**

$\cos\beta=\dfrac{OC}{OE}$ y $\operatorname{sen}\beta=\dfrac{CE}{OE}$

Y por lo tanto nos queda que:

$$\boxed{\textbf{sen}(\alpha+\beta)=\textbf{sen}\alpha\cos\beta+\cos\alpha\,\textbf{sen}\beta}$$

Que es la forma de calcular el seno de la suma de dos ángulos.

1. *¿Cómo se calcularían las demás razones trigonométricas de $\alpha+\beta$?*
2. *¿Y las de $\alpha—\beta$?*
3. *Completa, pues, las siguientes fórmulas trigonométricas:*

sen(α+β)= senαcosβ+cosαsenβ	sen(α—β)=
cos(α+β)=	cos(α—β)=
tg(α+β) =	tg(α—β) =

4. *Como aplicación de estas fórmulas, calcula las siguientes relaciones que ya hemos visto con anterioridad:*

$\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=$	$\operatorname{sen}(\pi-\alpha)=$	$\operatorname{sen}(\pi+\alpha)=$	$\operatorname{sen}(-\alpha)=$
$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=$	$\cos(\pi-\alpha)=$	$\cos(\pi+\alpha)=$	$\cos(-\alpha)=$
$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=$	$\operatorname{tg}(\pi-\alpha)=$	$\operatorname{tg}(\pi+\alpha)=$	$\operatorname{tg}(-\alpha)=$

5. *Como un caso particular de lo ya visto, obtener las fórmulas del* ***ángulo doble****, es decir, calcular:*
   - sen2α=
   - cos2α=
   - tg2α =

5. Encontrar sen(α+β), cos(α+β), sen(α–β), cos(α–β), tg(α+β), tg(α–β) y determinar los cuadrantes a los que pertenecen (α+β) y (α–β), sabiendo que:

   a) senα=4/5, cosβ=5/13, α y β en el primer cuadrante.
   b) senα=2/3, cosβ=3/4, α en el primer cuadrante y β en el cuarto cuadrante.

6. Basándote en la R.T. de 14º y 82º, obtén las de los ángulos siguientes:

   a) 96º b) 68º c) 28º d) 164º e) 7º f) 41º

7. Demostrar las siguientes identidades:

   a) $\sec^2\alpha\cdot\operatorname{cosec}^2\alpha=\sec^2\alpha+\operatorname{cosec}^2\alpha$ b) $\dfrac{1-\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}=\dfrac{\cos\alpha}{1+\operatorname{sen}\alpha}$

c) $\dfrac{\sec A-\operatorname{cosec} A}{\sec A+\operatorname{cosec} A}=\dfrac{\operatorname{tg} A-1}{\operatorname{tg} A+1}$

d) $\left(1-\operatorname{sen}^2 A\right)\left(1+\operatorname{tg}^2 A\right)=1$

e) $\operatorname{cosec}^2 x(1-\cos^2 x)=1$

f) $\dfrac{1}{1-\operatorname{sen} A}+\dfrac{1}{1+\operatorname{sen} A}=2\sec^2 A$

g) $(2r\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha)^2+r^2\left(\cos^2\alpha-\operatorname{sen}^2\alpha\right)^2=r^2$

h) $\cos x=\dfrac{1-\operatorname{tg}^2\frac{x}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{x}{2}}$

i) senA=senBcos(A-B)+cosBsen(A-B)

j) $\dfrac{\operatorname{sen}\alpha}{1+\operatorname{cotg}^2\alpha}=\operatorname{sen}^3\alpha$

k) $\operatorname{cotg}^2 a+\sec^2 a-\operatorname{cosec}^2 a=\operatorname{tg}^2 a$

l) $\operatorname{tg}\dfrac{A}{2}=\dfrac{1-\cos A}{\operatorname{sen} A}=\dfrac{\operatorname{sen} A}{1+\cos A}$

m) $\dfrac{\operatorname{sen}(A+B)\cdot\operatorname{sen}(A-B)}{\cos^2 A\cdot\cos^2 B}=\operatorname{tg}^2 A-\operatorname{tg}^2 B$

n) $\dfrac{\operatorname{cotg} A+\operatorname{tg} A}{\operatorname{cotg} A-\operatorname{tg} A}=\sec 2A$

o) $\operatorname{sen}^2 A-\operatorname{sen}^2 B=\operatorname{sen}(A`+B)\operatorname{sen}(A-B)$

p) $\dfrac{\operatorname{sen}4A+\operatorname{sen}2A}{\cos 4A+\cos 2A}=\operatorname{tg}3A$

q) $\dfrac{\cos(A+B)+\cos(A-B)}{\cos(A-B)-\cos(A+B)}=\operatorname{cotg} A\operatorname{cotg} B$

r) $\dfrac{\operatorname{sen}^2 A-\cos^2 A}{\operatorname{sen}^4 A+\cos^4 A}=1$

s) $\dfrac{\operatorname{sen}3x+\operatorname{sen}5x+\operatorname{sen}7x+\operatorname{sen}9x}{\cos 3x+\cos 5x+\cos 7x+\cos 9x}=\operatorname{tg}6x$

t) $\dfrac{1}{1+\operatorname{tg} A\cdot\operatorname{tg}2A}=\cos 2A$

u) $\dfrac{1+\operatorname{tg}^2 A}{1+\operatorname{cotg}^2 A}=\operatorname{tg}^2 A$

v) sen^3A+senAcos^{2}A=senA

8. Sabiendo que sen30°=$\dfrac{1}{2}$, calcular:

a) $\dfrac{\operatorname{sen}75^\circ-\operatorname{sen}15^\circ}{\cos 75^\circ+\cos 15^\circ}\cdot\operatorname{tg}30^\circ$

b) $\dfrac{\cos 43^\circ+\cos 17^\circ}{\cos 13^\circ}$

9. Convierte en producto:

a) 1+sen68° b) sen36°+cos24° c) $\dfrac{\operatorname{sen} A+\operatorname{sen} B}{\cos A+\cos B}$ d) $\dfrac{\cos A-\operatorname{sen} A}{\cos A+\operatorname{sen} A}$

10. Resolver las siguientes ecuaciones trigonométricas, dando las soluciones comprendidas en el intervalo $[0,2\pi[$ y la solución general:

a) 2sen$x$cos$x$=0
b) sen^2x+sen$x$-2=0
c) cosec$x$+cotg$x$=$\sqrt{3}$
d) 2cos$x$=1-sen$x$
e) sen2x=tgx
f) sen5x-sen3x-sen$x$=0
g) sen$x$=-cos$x$
h) 6cos^{2}x+cos2x=1
i) sen2x=cos$x$
j) sen^2x+cos2x=1
k) sen$x$+cos$x$=$\sqrt{2}$
l) tg^2x+3=4tg$x$
m) sen2x=sen38°
n) cos2x+cosx=0
o) 3cosx+sen^{2}x=3
p) tg3x=cotg2x
q) cos2x-cos6x=sen3x+sen5x

11. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones, considerando las soluciones comprendidas en [0,2π[:

a) $\left.\begin{array}{r} x+y=\dfrac{2\pi}{3} \\ \operatorname{sen} x-\operatorname{sen} y=\dfrac{1}{2} \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} \operatorname{sen} x+\operatorname{sen} y=1 \\ x+y=\dfrac{\pi}{2} \end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{r} \cos x \cos y=\operatorname{sen} x \operatorname{sen} y \\ x-y=\dfrac{\pi}{6} \end{array}\right\}$

d) $\left.\begin{array}{r} \operatorname{sen} x \operatorname{sen} y=\dfrac{1}{4} \\ \operatorname{sen} x \cos y=\dfrac{1}{2} \end{array}\right\}$

12. Calcula:

a) tg(2arcsec 3) b) sen (2arctg 3) c) cos(2arcsen 0.2)

d) $\dfrac{\operatorname{sen} 36°+\cos 24°}{\cos 39°}$ e) $\dfrac{\cos 33°-\cos 27°}{\cos 42°}$ f) $\dfrac{\operatorname{tg} 47°+\operatorname{tg} 13°}{1-\operatorname{tg} 47° \operatorname{tg} 13°}$

13. Comprueba si son ciertas las siguientes igualdades:

a) $\dfrac{\operatorname{sen}(45^{o}+\alpha)}{\cos 45^{o}.\cos\alpha}=1+\operatorname{tg}\alpha$ b) tg(45º+α)-tg(45º-α)=2tg(2α)

c) cos(π/2-α)=2sen(α/2).cos(α/2) d) $(\operatorname{sen}\alpha+\cos\alpha)^2=1+2\operatorname{tg}\alpha.\cos^2\alpha$

e) $\cos^2\alpha=(\operatorname{cotg}^2\alpha):(1+\operatorname{cotg}^2\alpha)$ f) $\operatorname{tg}^2\alpha-\operatorname{sen}^2\alpha=\operatorname{tg}^2\alpha.\operatorname{sen}^2\alpha$

14. Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas:

a) sen2x=cos60º b) tg2x=-tgx c) cos3x=cos(x+10º)

d) cos2x+cosx=senx+sen2x e) senx+cos2x=1 f) senx+cosx=secx