1. Obtén el término general de las siguientes sucesiones numéricas:

   a) $\frac{3}{-3}, \frac{6}{1}, \frac{9}{5}, \frac{12}{9},\ldots$ b) 1, 2, 6, 24, 120, ... c) 1, 2, 4, 8, 16, ...

   d) $\frac{1}{2}, \frac{4}{8}, \frac{7}{26}, \frac{10}{80}, \ldots$ e) $0, \frac{2}{5}, \frac{6}{7}, \frac{12}{9}, \frac{20}{11}, \ldots$

2. Halla los cinco primeros términos de las sucesiones siguientes:

   a) $a_n=(-4)^n$ b) $a_n=(n-2)!$ c) $a_n=(-1)^n.n!$

   d) $a_n=\frac{n^2-1}{n^2+n-2}$ e) $a_n=\begin{cases} 2n-1 & si \quad n \quad impar \\ n^2-1 & si \quad n \quad par \end{cases}$ f) $a_n=\begin{cases} 3 & si \quad n\leq 3 \\ -n & si \quad n>3 \end{cases}$

   g) $a_n=\frac{a_{n-1}+a_{n-2}}{2}$ si $a_1=4$ y $a_2=3$ h) $a_n=a_{n-1}+a_{n-2}+a_{n-3}$ si $a_1=2$, $a_2=5$ y $a_3=9$

3. a) ¿Es nulo algún término de la sucesión $a_n=2n^2-18$?

   b) ¿Algún término de la sucesión $a_n=5n^2-1$ es igual a 179 ?

4. Dadas las sucesiones $a_n=3n$, $b_n=\frac{n^2-1}{3}$ y $c_n=(-1)^n$; obtén el término general y los cinco primeros términos de las sucesiones: a) $(a_n-b_n).c_n$ b) $a_n+b_n.c_n$

5. Halla 2 cotas superiores y 2 cotas inferiores, el supremo y el ínfimo, el máximo y el mínimo, si lo poséen, de las siguientes sucesiones numéricas:

   a) $\frac{3}{1}, \frac{5}{2}, \frac{7}{3}, \frac{9}{4}, \ldots$ b) $a_n=1-n^2$ c) $a_n=\frac{n+1}{n}$

   d) $a_n=(1/2)^n$ e) 4, 4’3, 4’33, 4’333, ... f) $a_n=n^2+1$

6. Comprueba la monotonía de las sucesiones del ejercicio anterior

7. Escribe un ejemplo, si existe, de cada una de las siguientes sucesiones:

   a) monótona y no acotada b) acotada y no monótona
   c) no acotada y no monótona d) no acotada y convergente
   e) acotada y divergente f) acotada y no convergente
   g) no monótona y convergente h) no monótona y divergente

8. a) Escribe el término general de dos sucesiones convergentes, una creciente y otra decreciente, que tengan ambas el mismo límite.

   b) Escribe el término general de dos sucesiones divergentes, cuya suma sea una sucesión convergente.

   c) Escribe el término general de dos sucesiones divergentes, de forma que su cociente sea una sucesión convergente.

9. Obtén a partir de qué término n_0 se cumple que $a_n>k$, $\forall\ n\geq n_0$:

   a) 2, 4, 6, 8, ... k=5000 b) $a_n=4n-1$ k=10000

   c) $a_n=3n+2$ $k=10^6$ d) 7, 9, 11, 13, ... k=2500

   e) $a_n=\frac{2n}{5}$ k=1215 f) 3, 9, 27, 81, ... k=5400

10. Demuestra si son divergentes las sucesiones siguientes:

    a) 1, 4, 7, 10, ... b) 3, 7, 11, 15, ... c) $a_n=\frac{3n-1}{2n}$ d) $a_n=\frac{3n}{2}$

e) $a_n=\dfrac{5n}{n+3}$ f) $a_n=\dfrac{5n-2}{3}$ g) $a_n=\dfrac{n^2+1}{n-1}$ h) $a_n=(-1)^n.2n$

11. Comprueba si convergen las siguientes sucesiones a los límites indicados:

a) $a_n=\dfrac{n+1}{n}$ L=1 b) $a_n=\dfrac{2n-1}{n+2}$ L=2 c) $a_n=\dfrac{3n-4}{2-n}$ L=2

d) $a_n=\dfrac{n+3}{2n}$ L=1/2 e) $a_n=\dfrac{2n-3}{3n+1}$ L=3 f) $a_n=\dfrac{n^2+3n}{n^2-1}$ L=1

12. Obtén a partir de qué término n_0 se cumple que $|a_n-L|\leq\varepsilon \ \forall \ n\geq n_0$ en las sucesiones del ejercicio anterior y siendo L el límite verdadero de cada sucesión y el valor de ε indicado:

a) ε=0'01 b) $\varepsilon=10^{-4}$ c) ε=0'001
d) $\varepsilon=10^{-5}$ e) ε=0'0001 f) $\varepsilon=10^{-3}$

13. Determina los números α y β para que $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(\alpha n-3)^2-(2n+\beta)^2}{2n+5}=4$

14. Encuentra el valor del número α para que $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+n+1}-\alpha n\right)$ sea un nº real.

15. Obtén el $\lim\limits_{n\to\infty}$ de las siguientes sucesiones de números reales:

a) $\dfrac{n+1}{n}$ b) $5+\dfrac{1}{n}$ c) $\dfrac{2n+1}{3n}$ d) $\dfrac{2n+1}{3n^2+1}$ e) $\dfrac{3n^2+1}{2n+1}$

f) $\dfrac{n^2+5n-2}{2n^2+1}$ g) $\dfrac{n^2(3n-2)}{(n-1)^2.(4-n)}$ h) $\dfrac{(n+1).(n-1)}{n^2+1}$ i) $\dfrac{1+2+3+...+n}{2n^2+1}$ j) $\dfrac{n^2}{1+\dfrac{1}{n}}$

k) $\sqrt{\dfrac{2n+1}{4n-3}}$ l) $\dfrac{\sqrt[3]{3n^3+2n}}{n-1}$ m) $\dfrac{\sqrt{n^2+1}.n}{\sqrt{n^4+2}}$ n) $\dfrac{\sqrt[3]{2n^2+1}}{\sqrt{n-1}}$

16. Calcula el $\lim\limits_{n\to\infty}$ de las siguientes sucesiones de números reales:

a) $\dfrac{n^3}{n^2+1}-\dfrac{n^3}{n^2-1}$ b) $\dfrac{n^2}{n+1}-\dfrac{3n^2}{3n+2}$ c) $\dfrac{2n-1}{n+1}-\dfrac{n}{n-1}$

d) $\dfrac{n^3-3n+2}{n-1}-\dfrac{n+2}{n^2-2}$ e) $\sqrt{n^2+1}-n$ f) $n-\sqrt{n}$

g) $\sqrt{2n+1}-\sqrt{3n-2}$ h) $\sqrt{2n-1}-\sqrt{2n+7}$ i) $\sqrt{n^2+3n-2}-\sqrt{n^2+1}$

j) $\sqrt{n^2+1}-\sqrt{2n+1}$ k) $\sqrt{n^2-n+1}-n$ l) $\sqrt{n^2+n}-n+1$

17. Halla el $\lim\limits_{n\to\infty}$ de las sucesiones siguientes:

a) $\dfrac{3^n+7}{5^n-4}$ b) $\dfrac{5^n+3^n}{2^n-5^n}$ c) $\dfrac{7^n+4^n}{3^n+2^n}$ d) $\left(\dfrac{2n+2}{n}\right)^n$

e) $\left(\dfrac{3n-1}{5n+2}\right)^{2n}$ f) $\left(\dfrac{2n^2-5n+3}{3n^3+2n-1}\right)^{3n-1}$ g) $\left(\dfrac{n^4+2n^2}{3n-1}\right)^{\frac{n+3}{2}}$

18. Obtén el $\lim\limits_{n\to\infty}$ de las siguientes sucesiones:

a) $\left(\dfrac{n+1}{n}\right)^{n}$ b) $\left(\dfrac{n-2}{n+1}\right)^{\frac{3n-2}{5}}$ c) $\left(\dfrac{n^2+n+2}{n^2-n+1}\right)^{\frac{3n^2+2}{n+1}}$ d) $\left(\dfrac{n^2+5}{n^2-3}\right)^{2n-3}$

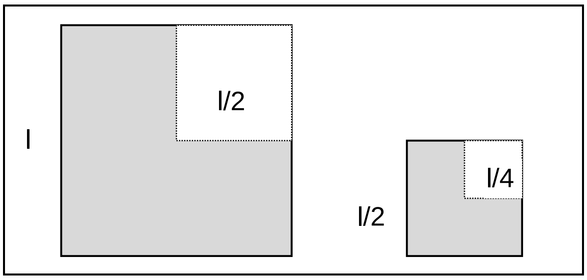
e) $\left[\sqrt{\dfrac{1+3n}{5+3n}}\right]^{\frac{n^2}{2n-1}}$ f) $\left[\dfrac{n^2+3n-5}{n^2-4n+2}\right]^{\frac{n^2+5}{n+2}}$

19. Se considera un cuadrado; al unir los puntos medios de sus lados se obtiene un nuevo cuadrado. Si en éste unimos nuevamente los puntos medios de sus lados se obtiene un nuevo cuadrado, y así sucesivamente. Se pide hallar:

a) El término general de la sucesión que da las longitudes de los lados.
b) El término general de la sucesión de las sucesivas áreas.

20. Se procede a cortar un cuadrado de papel indefinidamente, de la manera que indica la figura.

Escribe la sucesión formada por las áreas de las figuras que se van obteniendo y calcula su término general.



21. Escribe el término general y los 5 primeros términos de las sucesiones:

a) El primer término es 8 y cada término se obtiene dividiendo por 3 el anterior y sumando ½ al resultado.
b) El primer término es 5 y cada término se obtiene extrayendo la raíz cuadrada al anterior.
c) El cuarto término es 6, el quinto es 5 y cada término es la semisuma de los dos anteriores.

22. Da ejemplos de sucesiones cuyo límite sea cada uno de los siguientes límites. Obtén aquellos que sean posible hallar: ∞^{∞}, $2^{-\infty}$, $\infty+\infty$, 0^0, $0/0$, $(+\infty)^{-\infty}$, 3^5, $(1/2)^{+\infty}$, 1^0, $\infty-\infty$

23. Justifica que si $k\in\Re$ entonces se cumplen: a) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+k}=e$

b) $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n.k}=e^k$