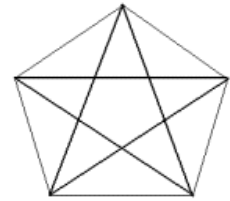


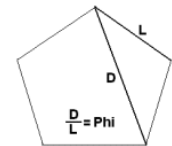
# El Número ÁUREO ( $\Phi=1.61803\dots$ ), la divina proporción.

Estamos en el siglo VI antes de Cristo. **Pitágoras** huye de Polícrates, el tirano que reinaba en la isla griega de Samos, se establece en Crotona, Italia, y funda la "Hermandad Pitagórica", una escuela de filosofía y matemáticas, una especie de secta de la que él era el gran maestro.

Trataban de explicar la vida mediante números, de ahí que el principio básico de la hermandad fuera: "**Todo es número**". Se comunicaban mediante un símbolo secreto: la estrella de 5 puntas, que se obtiene trazando las diagonales de un pentágono regular.



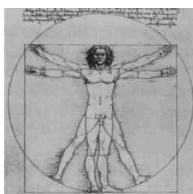
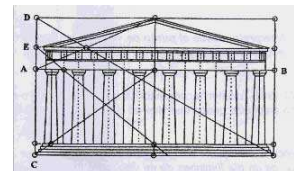
Estudiándola descubrieron que, si divides en cualquier pentágono regular el valor de la diagonal entre el valor del lado, el número que obtienes es siempre el mismo,  $\Phi=1,61803\dots$



Habían encontrado el número de oro, al que nosotros llamaremos Phi en honor al escultor Fidias, que tanto lo utilizó, y representaremos con la letra griega  $\phi$ , la inicial del nombre de "Phidias" en griego. Pero algo les desconcertó: hasta entonces, todos los números conocidos podían expresarse como un cociente entre dos números naturales, ese número no.

Era inexplicable para ellos, atentaba contra su propia concepción del mundo, así que incluso decidieron ocultarle a la sociedad que habían descubierto un nuevo tipo de números, los **números irracionales**.

A este número se le ha dado un carácter casi mágico, haciéndolo aparecer, de forma más o menos natural, en las proporciones de la antigua pirámide de Keops: la relación entre la altura y el lado de cada triángulo de sus lados es  $2\Phi$ ; en el Partenón griego, en las catedrales de Colonia o Nôtre Dame y dándonos a entender que los arquitectos de distintas épocas lo habían



empleado en sus diseños por ser generador de una armonía casi mágica. Su teoría es expuesta por primera vez en elementos de geometría de Euclides en el siglo III a. C., Leonardo da VINCI en sus dibujos, el arquitecto suizo Le Corbusier utilizó la razón áurea como base para su escala de proporciones «Modulador» y en los proyectos de edificios, como la sede de la ONU en Nueva York. Así mismo lo usa Dalí en alguno de sus cuadros y el alemán Alberto Durero reflexiona también, al igual que Leonardo, sobre las proporciones ideales del cuerpo humano.

Uno de los rectángulos que ha parecido mas bello y armónico es el que cumple que el cociente del lado mayor entre el menor es el número áureo. Un rectángulo de este tipo se llama áureo y un ejemplo del arte es el alzado del Partenón griego. Aparece el número de oro también en el crecimiento de las plantas, las piñas, la distribución de hojas en un tallo y la formación de caracolas.

El número áureo también aparece en la sucesión de **Fibonacci**(Leonardo de Pisa 1170-1240): 1,1,2,3,5,8,13,21,34 ... donde cada término, a partir del tercero, se obtiene sumando los dos que le preceden. Por ejemplo,  $21 = 13 + 8$ ; el siguiente a 34 será  $34 + 21 = 55$ .

Los cocientes (razones) entre dos términos consecutivos de la sucesión, se aproximan más y más al número áureo (1'61803...).

$1/1=1$   $2/1=2$   $3/2=1.5$   $5/3=1.666$   $8/5=1'6$   $13/8=1.625$   $21/13=1.615$   $34/21=1.619$  sólo con los 9

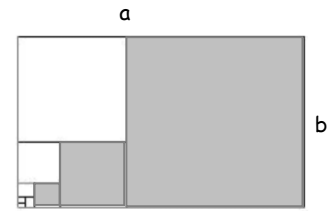
primeros términos obtenemos ya una aproximación hasta las centésimas,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{a_n}{a_{n-1}} \right) = \Phi$

Esta sucesión de números aparece en la Naturaleza en formas curiosas. Las escamas de una piña aparecen en espiral alrededor del vértice. Si contamos el número de espirales de una piña, encontraremos que siempre es igual a uno de los números de la sucesión de Fibonacci.

Esta sucesión también aparece en el estudio de las leyes mendelianas de la herencia, en la divergencia foliar, en la formación de la concha de algunos moluscos...

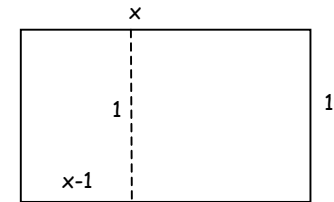
El número áureo aparece, tal como se ha visto, en las proporciones que guardan edificios, esculturas, objetos, partes de nuestro cuerpo, en la naturaleza ...

**Rectángulo áureo.** Se denomina así o rectángulo de oro al rectángulo en que la base y la altura están en proporción áurea. Si  $a$  y  $b$  son los lados,  $a/b =$



$\Phi$ . Además, si quitamos al rectángulo áureo el máximo cuadrado posible, el rectángulo que queda también es áureo, por lo tanto proporcional al rectángulo inicial.

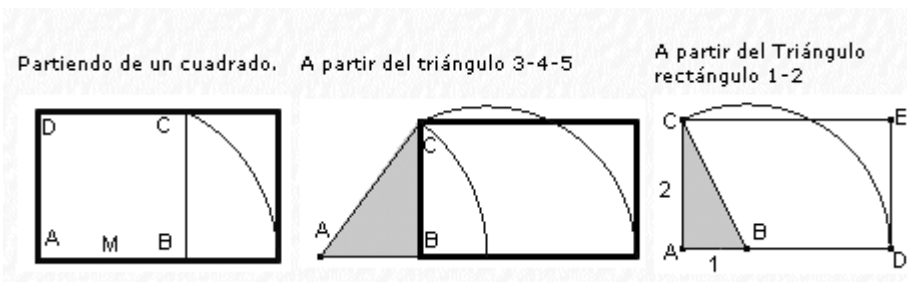
Supongamos que en vez de  $a$  y  $b$ , los lados miden  $x$  y  $1$ , respectivamente, según lo antes expuesto:  $\frac{x}{1} = \frac{1}{x-1} \rightarrow x^2 - x = 1 \rightarrow x^2 - x - 1 = 0 \rightarrow$



$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \begin{cases} \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1.618... = \Phi \\ \frac{1-\sqrt{5}}{2} = -0.618... = -\frac{1}{\Phi} = 1-\Phi \end{cases} \quad \text{obsérvese la curiosidad de la}$$

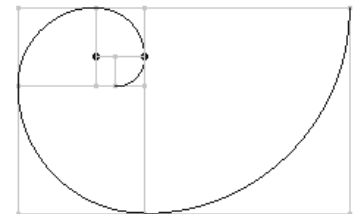
relación entre los dos resultados de esta ecuación de segundo grado.

Algunas formas de construir este famoso rectángulo son:



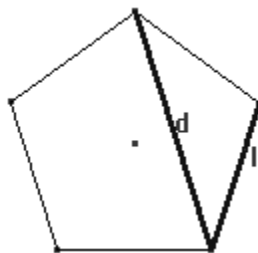
El rectángulo de oro, permite trazar una bella espiral, denominada espiral de oro.

En realidad es una falsa espiral, ya que está constituida por arcos de circunferencia y por tanto no hay una variación continua del radio.



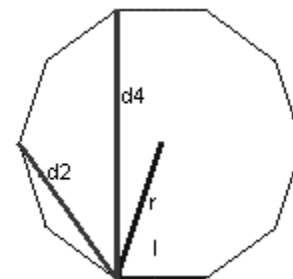
El número de oro se encuentra también en algunos polígonos regulares.

En el pentágono regular.



$$d/l = \Phi$$

En el decágono regular



$$r/l = d_4/d_2 = \Phi$$