

## La força d'estimar les matemàtiques

Claudi Alsina Català<sup>1</sup>  
*Univ. Politècnica de Catalunya*<sup>2</sup>

En aquesta conferència voldríem parlar, essencialment, de matemàtiques i emotivitat, de rigor i sentiments,... intentant explorar el bell triangle que té com a vèrtexs la matemàtica, la intel·ligència racional i la intel·ligència emocional i com a arestes les claus dels possibles èxits educatius.

### **Intel·ligència racional i intel·ligència emocional**

Seguint Daniel Goleman (Goleman, 1996) podem dir que hi ha en tots nosaltres dues ments, una ment que "pensa" i una altra ment que "sent". Per una banda la racionalitat, la comprensió de les coses, la meditació sobre els fets, la ponderació i reflexió del que veiem. Per altra banda les emocions, efímeres o estables, que són la base dels sentiments dels estats afectius. La "nostra ment" és en realitat el resultat de l'interacció entre aquestes dues ments, o com s'ha dit, simbòlicament, "el cap i el cor".

Estudiant, ensenyant o anant per la vida posem en joc una fina síntesi del que la intel·ligència racional ens dicta i del que la intel·ligència emocional ens suggereix. Afrontem la realitat i li donem resposta emprant a la vegada aquestes dues formes d'intel·ligència.

En la formació de la gent s'ha donat, tradicionalment, un èmfasi especial en el cultiu de la intel·ligència racional, estimulant el seu bon ús i ampliant les seves capacitats. Ensenyar i aprendre han sigut formes d'intentar dotar a aquesta intel·ligència racional de conceptes i relacions de procediments i de regles d'inferència, de poders cognitius al servei de millorar, pas a pas, el rendiment mental i l'aprofitament del seu potencial

---

<sup>1</sup> alsina@ea.upc.es

<sup>2</sup> Diagonal 649. 08028 Barcelona

En els darrers anys però, ha anat guanyant terreny l'interès pedagògic sobre la intel·ligència emocional. Un exemple d'aquest interès el trobem en la preocupació d'incloure en els dissenys curriculars referències a les "actituds, valors i normes" generals o específiques.

### **Matemàtiques i intel·ligència racional**

Saber matemàtiques ha esdevingut, de vegades, una forma d'exhibir la intel·ligència racional, inclús una forma de mesurar aquesta. Així molts coeficients d'intel·ligència fan servir el lligam matemàtica-racionalitat de forma directa o indirecta. Absurdes qüestions matemàtiques com "segueix la sèrie 8, 80, 81,..." segueixen formant part de molts tests que curs a curs omplen els nostres escolars.

Seguint (Tall, 1991) voldríem fer una breu referència aquí al fet de que *la intel·ligència racional presenta de fet dues formes de pensar*. Sense entrar ni en els aspectes anatòmics ni fisiològics dels hemisferis esquerre i dret del cervell humà (Glennon, 1980) ni en la seva especialització concreta o complementarietat (Gazzaniga, 1985) voldríem recordar aquí que per una banda tenim una forma de pensament: *verbal, gestual, lògica, analítica, lineal, seqüencial,...* amb capacitats evidents per a l'identificació de conceptes, l'expressió, la deducció pas a pas, l'argumentació lògica,... Però, a la vegada, tenim una forma de pensament: *visual-espacial, analògica, intuïtiva, sintètica, de processament múltiple i simultani,...* amb capacitats per a veure, comunicar, relacionar, identificar estructures, entendre metàfores, establir analogies, etc.

Sembla doncs convenient (Tall, 1991) que poguem acordar que:

"la manera més poderosa d'usar el cervell és integrar les dues formes de processament... i això requerirà una nova síntesi de coneixement matemàtic que doni el pes adequat a aquestes dues formes de pensar."

Per tant en el propi coneixement matemàtic estrictament racional hem de saber oferir a la vegada rigor i intuïció, formalització i significat, sintaxis i semàntica, retòrica i poètica,.... aprofitant (ponderadament) els llenguatges de tota mena i els recursos comunicatius.

### **Matemàtiques i intel·ligència emocional**

Les classes de matemàtiques han provocat sovint emocions més negatives que positives, situació a la que sens dubte cal donar-li la volta. Aquesta emotivitat positiva que fer matemàtiques desperta en molts de nosaltres i en una part dels nostres estudiants caldria que s'extengués a una majoria, sense oblidar a la societat en general. Podríem recordar aquí la famosa sentència d'Antoine de Saint-Exupéry

"Només es pot veure correctament amb el cor;  
l'essencial perdura invisible per a l'ull"

i preguntar-nos si les matemàtiques també poden jugar bé amb el món emocional, fent desaparèixer els aspectes negatius i aprofundint en els positius:

En el món de les emocions bàsiques trobem un conjunt d'emocions que anomenarem *positives*: alegria, amor, sorpresa, felicitat, deleïtament, diversió, satisfacció, eufòria, cordialitat, confiança, enamorament, admiració,... Aquestes

són les emocions i sensibilitats que seria bó cultivar en el context de l'educació matemàtica.

És obvi que les situacions anímiques positives son un bon punt de partida per a fer qualsevol activitat, matemàtiques en particular. També és clar, per exemple, que de bons resultats en matemàtiques se'n poden derivar sentiments eufòrics o de satisfacció. El que aquí ens interessa és analitzar com l'ensenyament de les matemàtiques pot o bé educar emocionalment o recíprocament.

### **Matemàtiques i sorpresa**

La "sorpresa" a classe de matemàtiques no ha de tenir un sentit de sobresalt o desconcert però sí que pot tenir el sentit de sorprendre, d'incrementar l'atenció o crear un sentiment participatiu d'admiració, un "ajà" o un "eureka!". Distingirem ara diversos tipus de sorpreses:

#### **- Sorpresa davant la bellesa i les característiques d'un objecte matemàtic**

Podem provocar sorpresa tant amb objectes reals que participin de principis matemàtics (mosaics, calidoscopis, políedres, dissenys minimalistes,...) com amb objectes matemàtics abstractes d'ingenioses propietats (funcions, algorismes,...).

Exemple. *Una imatge per a capgirar*

De vegades una imatge es pot "llegir" vertical o capgirada  $180^\circ$ . Les dues visions tenen sentit encara que ens ofereixen escenes molt diferents. Sorprenent!

#### **- Sorpresa davant la genialitat d'una argumentació o raonament**

Com en les bones pel·lícules d'intriga on intuïtius detectius ens deixen bocabadats amb raonaments que resolen intrincats casos, en les classes de matemàtiques podem gaudir de la sorpresa d'ingeniosos raonaments, els quals sovint no acostumen a ser flor d'un dia sinó autèntics mètodes que podem incorporar al nostre maletí d'estratègies.

Exemple. (S.W. Golomb). *El quadrat  $6 \times 6$  i els dominós sense fractura*

Es possible cobrir un quadrat  $6 \times 6$  amb fitxes de dominó de manera que qualsevol línia horitzontal o vertical del tauler quedi tapada per al menys una fitxa?

Aquest problema té una coneguda solució deguda a Solomon W. Golomb "si no hi ha línies de fractura, cada línia (horitzontal o vertical) deurà "tallar" com a mínim a dues fitxes donat que si només tallés a una fitxa a la seva esquerra i dreta (o a dalt i a sota) restaria un nombre senar de quadradets i aquests quadradets només poden ser 6, 12, 18, 24 o 30. Però si cada línia "talla" almenys a dos dominós i hi ha 10 línies en el quadrat  $6 \times 6$  resultarien  $10 \times 2 = 20$  fitxes de dominó presents la qual cosa supera les  $6 \times 6 : 2 = 18$  fitxes possibles".

#### **- Sorpresa davant la visualització d'un problema**

Entendre fets matemàtics a partir d'imatges pot produir una sorpresa gratificant a la vegada al cap i al cos.

Exemple. *Un anell de tetràedres flexible*

El pas d'un dibuix de triangles a un anell polièdric flexible i girable és sempre un cas sorprenent de plegat 2D versus 3D.

### - Sorpresa davant l'aparició d'una solució inesperada

A la vida pots arribar a llocs o situacions imprevisibles. En el món de les matemàtiques també.

Exemple. (L.E. Wood) *Una botella tancada conté dues tercers parts de vi. Ajudant-vos d'una cinta mètrica calculeu el volum total de la botella..*

Amb la cinta i la fórmula  $\pi r^2 h$  del volum d'un cilindre calcularem el volum del vi. Girant la botella cap avall podrem calcular amb la cinta i la mateixa fórmula el volum buit Sumant els dos volums sabrem el volum total de la botella.

### - Sorpresa davant el lligam imprevisible entre dos tècniques, dos conceptes o dues branques del coneixement

Unir o relacionar coses que creiem allunyades o sense cap lligam produeix sempre una sorpresa positiva. En matemàtiques també succeeix això quan amb geometria resollem un problema de nombres o un teorema d'un tema de cop i volta esdevé la clau en un altre tema allunyat.

Exemple. *Cubs i Fermat*

Donats dos cubs de costat enter, es pot trobar un altre cub de costat enter que tingui per volum la suma dels volums dels cubs donats? Aquesta qüestió purament geomètrica d'extensió del teorema de Pitàgoras a l'espai va portar a la famosa conjectura de Fermat, un problema difícil de teoria de nombres que finalment ha resolt Wiles per sofisticats mètodes algebraics.

### Matemàtiques i alegria

El divertiment, alegria, eufòria amb matemàtiques va lligat sovint a activitats extra-escolars en el que s'anomena la matemàtica recreativa. A la classe es pot donar un divertiment totalment aliè a la disciplina provocat per una explicació, un acudit, una anècdota o un fet còmic però el que aquí ens interessa és el cas de que estudiants i professorat es **diverteixin fent matemàtiques**. Farem una petita anàlisi de formes de divertiment

### - Divertiment derivat de la dinàmica de classe

El com organitzem la dinàmica a classe serà determinant de moltes actituds. Sabem que el que diverteix és la participació activa, el caràcter lúdic de les presentacions... cal aprofitar-se'n.

Exemple. *Sumant cubs amb persones*

Es tracta de verificar que  $1^3+2^3+3^3+\dots+n^3=(1+2+3+\dots+n)^2$  però fent-ho pas a pas usant persones com a unitats. Les persones són els elements a comptar!

### - Divertiment derivat de l'ús de material

Taulers, dominos, cartes, cubs, daus,... hi ha mil materials lúdics que poden readaptar-se per a ensenyar matemàtiques. La divisió del joc es traspasa automàticament a la del tema que es treballa.

Exemple. *Un joc d'escales*

Aquest conegut joc és un tauler amb escales que fan pujar i baixar les fitxes i és un magnífic material de lògica, probabilitat i condicionament.

### - Divertiment associat a l'ús tecnològic

Seria molt interessant l'existència al mercat de jocs d'ordinador vàlids per a aprendre matemàtiques més enllà del pur plaer de "passatemps". Una simple calculadora pot ser molt divertida si s'usa apropiadament.

Exemple. *Calculeu ràpidament  $15^2$ ,  $25^2$ ,  $35^2$ , ...,  $95^2$ ...*

Amb l'ajut de la calculadora sortiran els nombres 225, 625, ..., 9025, ... i tindrem el plaer de descobrir que ho podem calcular mentalment  $(10a+5)^2=100a(a+1)+25$ .

### - Divertiment derivat de la forma de presentació

Un mateix tema pot ser ambientat o introduït de formes molt diverses, les quals poden ser tant divertides que automàticament esdevinguin motivadors.

Exemple (Square One TV) *Què és l'infinit?*

En els programes televisius de Square One TV s'introdueix la idea d'infinit en els nombres naturals ("després d'un sempre n'hi ha un altre") a través de la cançó "That's infinity!".

### - Divertiment derivat de la situació problemàtica analitzada

Especialment en els enunciats de problemes la tria d'un bon argument o situació per a presentar el problema pot ser determinant cara, inclús, a proporcionar l'interès necessari per a resoldre bé la qüestió plantejada.

Exemple. (B. Russell) *La paradoxa del barber*

"Un barber afaïta als que no s'afaiten ells mateixos i no afaïta als que ja ho fan. Què passa amb el propi barber?"

Una profunda paradoxa de conjunts és presentada com una curiosa situació humana.

### Matemàtiques i confiança

La confiança que cal adquirir en matemàtiques és, per sobre de tot, la confiança en un mateix, en dominar els conceptes, les habilitats, els recursos, les estratègies. És un problema d'autocredibilitat amb la pròpia actuació i un estri essencial en l'èxit davant l'avaluació. Voldríem ara remarcar alguns instruments docents per a promoure la confiança:

### - Confiança derivada de la repetició

El desconeixement o els primers assaigs poden generar inseguretat. Les repeticions exitoses aporten confiança. Tot això val tant per aparcar un cotxe com per resoldre una equació. Per això la resolució de problemes esdevé ensenyable.

Exemple. *El famós número 12345678.*

Amb l'ajut d'una calculadora fer els següents càlculs:

$1 \times 9 + 2$ ,  $12 \times 9 + 3$ ,  $123 \times 9 + 4$ ,  $1234 \times 9 + 5$ , ...,  $12345678 \times 9 + 9$ .

Aviat es descobreix el patró que guia aquests càlculs: 11, 111, 1111, ...

### - Confiança derivada de la comprovació

En verificar si s'ha obtingut el que es desitjava o si allò que ha sortit és creïble o adequat hom experimenta una sensació de confiança en el que s'ha fet.

És paradigmàtica la situació típica en el final de la resolució d'un problema quan cal verificar si tot el que s'ha obtingut és bó o està bé.

Exemple. *Quins cap-i-cues són divisibles per 11?*

Magnífic problema per a calcular casos de dues xifres, tres xifres, etc.

### - **Confiança derivada de l'avaluació global**

Quan els estudiants saben que no es juguen la seva avaluació en un sol examen sinó que en aquesta intervindran molts factors (treballs fets, intervencions, resums, projectes, proves,...) experimenten una major confiança en superar l'assignatura. És l'efecte de l'avaluació continuada que per definició ha de ser sinó. Exemple de projecte. *Codis comercials*

Es planteja un projecte extraescolar pautat sobre com funcionen els codis de barres dels productes alimentaris. Cal cercar informació sobre com es fan, com s'usen i com es calcula el dígit de control final.

### - **Confiança derivada de la no-avaluació**

La pressió que significa la presència d'una continuada avaluació (que alguns confonen amb avaluació continua!) pot fer perdre la confiança en buscar solucions imaginatives o discutir els problemes o plantejar temes de debat.

Exemple (I. Lakatos) *Què és un polígon? Què és un políedre?*

Magnífic tema de discussió lliure fins arribar a unes definicions acceptables, que funcionin. Aquesta discussió sotmesa a avaluació seria estèril.

### - **Confiança derivada de la col.laboració**

El treball en equip dona confiança a tots els integrants de l'equip ja que cadascun/a "confia" una mica en els demés durant la realització de les feines.

Exemple. *Publicitat en un diari*

En equips de quatre i amb quatre diaris iguals plantegeu estratègies per a determinar el tant per cent de publicitat que hi ha en el diari.

## **Matemàtiques i satisfacció**

La "satisfacció" en matemàtiques pot manifestar-se a través de molts mecanismes tant personals com temàtics. Alguns tipus interessants de situacions satisfactòries són els següents:

### - **Satisfacció provinent de la cordialitat**

El tracte cordial, estimulante, pot donar satisfacció emocional i per tant assegurar un clima en el que sigui més agradable treballar.

### - **Satisfacció provinent de la feina ben feta**

Fer un bon model de cartolina, prendre mesures suficients, fer un mapa a escala, ampliar un dibuix un 70% a la fotocopiadora... hi ha moltes activitats que seran satisfactòries de fer si donen lloc a un bon producte o resultat final. Problemes inacabables, models no encaixables, etc., són motiu d'insatisfacció.

### - **Satisfacció provinent d'observar les conseqüències del que s'ha fet**

Acabar una feina i veure que serveix per els demés (ni que sigui potencialment) dona la satisfacció de la utilitat.

**- Satisfacció provinent del reconeixement**

Acabar una feina i poder-la ensenyar als demés dona una satisfacció personal d'haver-la fet i que agradi als demés. Cal sempre reconèixer allò que val la pena.

- Satisfacció derivada del propi enteniment

No cal ni dir que l'autosatisfacció és el primer objectiu a lograr. I en el cas d'entendre coses aquest és un objectiu prioritari.

**Matemàtiques i amor**

Les paraules amor, estimació, enamorament, felicitat, com a descriptors d'un estat emocional característic, també poden anar lligades a l'aprenentatge i l'ensenyament de les matemàtiques, especialment de la ma del entusiasme. Algunes situacions tipificables serien:

**- Estimació lligada al propi coneixement**

Allò que es coneix té possibilitats de ser estimat. El professorat ha d'estimar la gent que té davant; aquests al professorat però el propi coneixement de la matèria també ha de provocar estimació. Podem escriure poemes, cançons, emmarcar un dibuix,...

**- Estimació lligada a aspectes convencionals**

Educar bé és facilitar un viatge guiat que sigui plaent i compartir. Compartir un viatge, una excursió, una visita,... trencar els rols tradicionals del "jo ensenyo" i "tu aprens", veure la gent fora del contexte institucional pot assegurar una estimació a allò que es fa i amb qui es fa. Podem, per exemple, planificar un viatge de fi de curs matemàticament (triar itineraris mínims, optimitzar preus, mirar mapes,...) i aleshores fer el viatge.

**- Estimació relaciona amb agraïment**

En tractar a la gent amb seny i sensibilitat és possible obtenir un sentiment d'estima en certa mesura associada a l'agraïment. Sensibilitat per la salut, per la situació familiar, pels problemes personals... i sensibilitat per facilitar que progressin, que tinguin èxits, que s'orientin...

**- Estimació relacionada amb passió**

Apassionar-se per les matemàtiques és possible. Quan es logra es dona una profunda estimació. Cal estimular això: que les hores no contin, que l'interès sigui màxim. Pot ser difícil però almenys el professorat si que ha d'exhibir la seva passió, que s'ho passa molt bé fent el que fa.

**- Estimació relacionada amb el record**

Els estudiants esdevenen gent gran i entren al món adult dels que foren els seus professors/es. Aleshores poden trobar en els bons records inclús una estima per les matemàtiques no manifestada abans. Assegurar aquest bon record és influir també en el futur.

### **Una carta al professorat de matemàtiques i tres somnis**

Permeteu-me que acabi aquesta conferència llegint-vos una carta que m'he permès dirigir al professorat de matemàtiques, i per tant a tots vosaltres, seguint l'estil retòric de Martin Luther King Jr. en la seva celebrada obra "La força d'estimar". King dirigia les seves cartes i sermons als cristians americans amb voluntat de redenció. Obviament jo em dirigeixo a un col·lectiu molt més concret i amb finalitats més terrenals i pragmàtiques com són les de reflexió d'una gent sobre el seu ofici.

Estimat professorat de matemàtiques:

Fa temps que desitjo adreçar-vos aquesta carta. He sentit parlar molt de vosaltres i del que feu. M'han arribat noves respecte als avanços fascinants i astoradors de la vostra volguda matemàtica. He vist mil calculadores alliberadores dels antics algorismes manuals; he vist meravellosos programes d'ordinador interactius i visualitzadors de sorprenents relacions; he vist magnífics llibres de text il·lustrats a tot color; he vist com proliferen associacions i revistes i jornades i congressos; he vist com Fermat s'ha quedat sense conjectura; he vist com nens i nenes genials guanyen olimpíades matemàtiques; he vist com es fan moltes tesis doctorals ja sigui en aspectes pur, aplicats o didàctics... Quins salts en el desenvolupament de la disciplina! Tot això és meravellós i és una evidència del progrés científic i tècnic.

Però, estimat professorat de matemàtiques, em pregunto si el teu progrés científic i organitzatiu ha anat compassat amb el teu progrés humà educatiu, emocional i actitudinal... Els nens i nenes calculen més ràpid, dibuixen més acuradament, tenen molta més informació a l'abast... vosaltres teniu moltes més teories a explicar, molts més mitjans audiovisuals i computacionals, moltes més oportunitats d'informació, molts més exemples sobre la matematització del món... Tinc la lleugera sospita de que el progrés científic i tècnic de l'alumnat i del professorat no ha anat al mateix ritme que el progrés formatiu en la seva dimensió emocional i humana.

Estimen més avui les matemàtiques els nens i nenes? s'hi diverteixen més? les aproven més fàcilment? tenen una actitud més positiva? les usen amb naturalitat fora de classe? son més feliços fent-ne?... i el professorat, disfruta més fent classe? rep el reconeixement que mereix la seva labor? selecciona críticament allò que explica o allò que deixa d'explicar... i la societat? valora justament la formació matemàtica? S'en fa ressò del que la matemàtica avança? usa els estris que l'escola dona? financia la qualitat?

Aquestes, i d'altres qüestions, necessàriament ens creen l'angoixa i ens demanen respostes, i amb les possibles respostes solucions versemblants.

Nosaltres sembrem a llarg termini. La bona gent del camp ho farà per a llaurar amb l'arribada del bon temps següent. Nosaltres sembrem per a sempre. I del patrimoni que posem a l'abast no en reclamem ni admiració ni veneració de

cap mena. Volem que els nostres deixebles fassin seu l'amor per les matemàtiques i que n'aprofitin tot allò que es bó. I volem que ho fassin sense mirar endarrera. De la mateixa manera que amb les lletres i la gramàtica es donen instruments per a parlar i escriure, per fer poemes i cartes, voldríem amb els nombres i la matemàtica donar instruments per a calcular i representar, per pagar i cobrar, per votar i per llegir, per entendre i per arreglar,... les matemàtiques per a la vida no són el record que guardaran de nosaltres sinó tot allò que faran d'elles en la seva existència com a persones, com a ciutadans, com a crítics, com a demòcrates, com a pares, com a conductors, com a practicants del bricolatge, com a estalviadors, com a lectors, com a pacients,...

Un dels problemes més amonadors de la nostra experiència com a professors/es és que pocs d'entre nosaltres no vivim per a veure realment avaluada la nostra tasca, per a veure acomplertes les nostres més cares esperances, "les esperances de la nostra professió son com simfonies inacabades". Nosaltres treballem pel demà formem per a la vida, incidim en el futur professional de la gent però seria el nostre desig incidir també en el futur de les activitats i les emocions sobre les matemàtiques. Voldríem, per exemple, que els nostres deixebles d'avui fossin també uns pares i mares que sabessin transmetre als seus fills i filles l'entusiasme i la passió contagiada pel nostre magisteri.

Amb aquesta fé en nosaltres mateixos i amb el que fem, ben segur que podrem moure muntanyes i transmetre el que realment volem que no són teoremes vells sinó matemàtiques vives, que no són algorismes sinó formes de veure i entendre el món... matemàticament.

I recordant Martin Luther King Jr. jo també vull dir que:

"Avui, he tingut un somni!"

He somiat que l'alumnat de matemàtiques de cop i volta s'entusiasmava per anar a les classes i aprofitar bé tot el que en elles es feia, que molts es plantejaven ser en el futur ensenyants de matemàtiques, que es feien un tip de riure gràcies a Pitàgoras i que quan sonava el timbre aleshores deien contrariats: no podríem allargar una mica més la classe?... els he somiat fent geometria amb les mans i estadístiques al carrer, llegint un diari amb pertinents observacions i esperant arribar a casa per a veure documentals científics,... els he somiat abraçats plorosos als/les seus/seves mestres en acabar el curs i treien profit d'allò après per a planificar les vacances... he somiat als nens i nenes divertits, sorpresos, encuriosits, amorosos, satisfets, inquisitius, orgullosos, crítics, afables,...

"Avui, he tingut un somni!"

He somiat que el professorat de matemàtiques esdevenia menys rigorós i més tendra, que aparcava les programacions oficials i es deia "si avui jo pogués decidir que és el millor que puc fer, que faria?", que avaluava tenint en compte totes les dimensions educatives i enterrava les rutines de selecció, que tenia ganes boges d'anar a l'aula i a fora per a fer matemàtiques, que buscava més exemples que contra-exemples, que el professorat sortia al carrer orgullós i era saludat amb cordial apreciació per tothom... he somiat un professorat innovador, apassionat, animat, engrescat, crític, lliure, reconegut, estimat, creatiu, gratificat,...

"Avui, he tingut un somni!"

He somiat que la societat prestava més atenció a la formació que a l'entreteniment, que promovia més l'educació viva que la cultura de museu, que donava les gràcies a tants professors i professores que s'ho mereixien, que ajudava i no delegava l'educació dels nens i nenes,... i en aquesta societat hi he vist polítics més preocupats de l'actuació a classe que dels decrets reguladors, que inauguraven noves dotacions de materials i no edificis, que recolzaven iniciatives innovadores i no drets adquirits, que lluitaven amb l'atur desde la formació i no el subsidi, que sabien transmetre il·lusions i no ordres... he somiat una societat estimulante, comprensiva, incentivadora, compromesa, justa, oberta, preparada,...

...

Ja veieu que he tingut molts somnis. Si voleu podeu dir-ne utopies. Però també nosaltres, professorat de matemàtiques tenim dret a parlar d'ideals, i d'amor i de vida, i de futur i de colors, i d'horitzons i d'estrelles. Nosaltres hem de "continuar treballant apassionadament i vigorosament per fer possible que els somnis siguin realitats". Els somnis també han de ser els nostres reptes... i permeteu-me tancar de la mà del poeta Joan Salvat-Papasseit quan escriví el poema "Ser mestre d'amor" i l'acabà dient:

"Ja sap tant el cor  
que no li cal guia:  
amb un sol petó  
la lliçó es sabia  
Qui és mestre d'amor  
del guany ja pot viure"

Moltes gràcies!

## **Bibliografia**

Alsina, C. (1993) *Del número 0 al 99. Fem comptes amb els contes*. Graó de Serveis Pedagògics, Barcelona.

Alsina, C. (1995) *Una matemàtica feliz y otras conferencias*. OMA, Buenos Aires.  
Alsina, C.; Fortuny, J.M. (1993) *La Matemàtica del Consumidor*, Inst. Cat. Consum. Generalitat de Catalunya, Barcelona.

Balbuena, L., De la Coba, M.D. (1992) *La Matemàtica Recreativa vista por los alumnos*. Proyecto Sur, Granada.

Berrondo-Eurêka, M., (1979) *Les jeux mathématiques d'Eurêka*, Dumond, París.

Branford, J.D., Stein, B.S., (1987) *Solución ideal de problemas. Guía para mejor pensar, aprender y crear*. Labor, Barcelona.

Chevallard, Y. (1990), On Mathematics Education and Culture: Critical Afterthoughts, *Educational Studies in Mathematics*, 21, 3-27.

Courant, R., Robbins, H. (1955) *Qué es la Matemática?* Aguilar, Madrid.

De Guzmán, M. (1992) *Para pensar mejor*. Labor, Barcelona.

De Lange, J. (1997) Real Problems with real world mathematics, *Proceedings ICME-8* (Seville).

Garfunkel, S. (1989) *For All Practical Purposes*. COMAP, Lexington.

Gazzaniga, M.S. (1974) "Cerebral Dominance Viewed as a Decision System", *Hemisphere Function in the Human Brain*, Dimond, S. and J. Beaumont (eds), Elek, London.

Gazzaniga, M.S. (1985), *The Social Brain: Discovering Networks of the Mind*, Basic Books.

Glennon, V.J. (1980) "Neuropsychology and the Instructional Psychology of Mathematics", *Proceedings, Seventh Annual Conference on the Research Council for Diagnostic and Prescriptive Mathematics*, Vancouver B.C., Canada.

Gravemeijer, K. 1994. *Developing Realistic Mathematics Education*, Utrecht, CD-b Press.

Hart, I.A. (1974) *Human Brain and Human Learning*, Longman, New York.

Hernan, F. et al. (1988) *Recursos en el aula de matemáticas*, Síntesis, Madrid.

Holt, J., (1964) *How Children Fail*, Dell, N.Y.

Honsberger, R. (1970) *Ingenuity in Mathematics*. MAA, Washington.

Howson, G. (1997) *Mathematics and common sense*, Proc. ICME-8 (Seville).

Kasner, E., Newman, J. (1943) *Mathematics and the imagination*. Simon and Schuster, New York.

Lakatos, I. (1978) *Pruebas y refutaciones. La lógica del descubrimiento matemático*. Alianza, Madrid.

Pólya, G. (1985) *Cómo plantear y resolver problemas*. México. Trillas.

Romberg, T.A. and J. de Lange, ed. (1997): *Mathematics in Context*, Chicago, EBEC.

Tall, D.O. *Readings in Mathematical Education: Understanding the calculus*, Association of Teachers of Mathematics (collected articles from *Mathematics Teaching*, 1985-7).

Tall, D.O. (1991) Intuition and Rigour: The Role of Visualization in the Calculus, en *Visualization in Mathematics*, MAA, Washington, 105-119.

Weisberg, R.W., (1987) *Creatividad. El genio y otros mitos*, Labor, Barcelona.

Wood, L.E., (1987) *Estrategias de pensamiento*, Labor, Barcelona.